

Overview of Improved Particle Filter Based on Integrated Navigation System

Xiao Jing Du, Cong Liu, Shao Yong Hu, Huai Jian Li

School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing, China

Email address:

lihuaijian@bit.edu.cn (Huai Jian Li)

To cite this article:

Xiao Jing Du, Cong Liu, Shao Yong Hu, Huai Jian Li. Overview of Improved Particle Filter Based on Integrated Navigation System. *Science Discovery*. Vol. 5, No. 5, 2017, pp. 369-374. doi: 10.11648/j.sd.20170505.21

Received: July 29, 2017; **Accepted:** September 1, 2017; **Published:** September 14, 2017

Abstract: Particle filter has some advantages in dealing with the problems of the state equation nonlinear and noise distribution non Gauss in Integrated Navigation System. The summary for improved method of particle filter would be beneficial to study the application of particle filter in integrated navigation field deeply and overcome the problems of particle degeneracy and sample impoverishment with particle filtering. The basic algorithm and theory of particle filter and the reasons of particle degeneracy are expounded and the development of particle filter at home and abroad is given, then a summary for different methods to improve the performance of particle filter (including increasing particle number, resampling technology, selecting the best importance density function, and improving particle filter based on Neural Network). Several improved methods can effectively improve the filtering performance and improve positioning accuracy, in the actual situation, according to different conditions of use to choose the appropriate method of improvement.

Keywords: Particle Filter Particle Degeneracy, Sample Poverty, Improved Methods

基于组合导航技术的粒子滤波改进方法综述

杜小菁, 刘聪, 胡少勇, 李怀建

宇航学院, 北京理工大学, 北京, 中国

邮箱

lihuaijian@bit.edu.cn (李怀建)

摘要: 粒子滤波在处理组合导航系统状态方程非线性、噪声分布非高斯问题上具有一定优势。为了深入研究粒子滤波在组合导航领域的应用, 克服粒子滤波的粒子退化和样本贫乏问题, 对粒子滤波的改进方法进行了综述。阐述了粒子滤波的基本算法理论和粒子退化问题产生的原因, 给出了粒子滤波国内外发展现状, 总结了改善粒子滤波性能的不同改进方法(即增加粒子数、重采样技术、选择最优的重要性密度函数、基于神经网络改进粒子滤波)。几种粒子滤波的改进方法都可以有效地改善滤波性能, 提高定位精度, 在实际情况中可以根据不同的使用条件选择合适的改进方法。

关键词: 粒子滤波, 粒子退化, 样本贫乏, 改进方法

1. 引言

组合导航技术通过把两种或两种以上的导航系统以适当的方式组合在一起,从而达到优势互补[1]的效果。目前导航领域所研究的组合导航系统基本上是以INS为主,引入另一种导航方式(如GPS等)进行辅助的组合导航系统[2],其目的是修正惯导的累积误差。传统的INS/GNSS组合导航系统[3]能够有效的修正惯导系统产生的误差,对使用环境条件有一定的要求。高精度的惯性测量传感器十分昂贵,而低成本的惯性测量传感器误差比较大[4],而使用合适的滤波技术可以有效的减小误差。由于INS/GNSS组合导航定位技术的定位状态方程模型是非线性的,噪声是非高斯分布的,线性的滤波方法难以取得较好的滤波效果,因而需要一种适用于非线性、非高斯系统的滤波方法[5]。粒子滤波(Particle Filter, PF)对处理非线性系统非高斯噪声问题具有优势,但粒子滤波自身固有的粒子退化等问题也会影响滤波性能,进而影响组合导航定位精度。因此,改进粒子滤波的粒子退化问题对提高组合导航的定位精度具有重要意义,通过查阅现有的相关研究资料,阐述了粒子滤波在组合导航中的应用及不同的改进方法。

2. 国内外研究现状

在组合导航系统中,载体的姿态航向分析对导航定位技术具有极其重要的作用,所需的算法对系统精度与可靠性的影响至关重要,使用的算法将系统配置的各传感器数据信息有机的结合起来,最大程度上获得系统的最优输出[6]。其中最常用的组合导航算法即为最优估计Kalman滤波理论[7]。卡尔曼滤波估计理论是1960年由美国学者R. E. Kalman提出的[8],其最优估计特性被广泛应用于定位、测姿中。为了满足实际应用中的非线性系统模型,实现卡尔曼滤波算法的非线性化[7, 9],扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)[10, 11]、无迹卡尔曼滤波(The Unscented Kalman Filter, UKF)[12, 13]等多种方法相继出现,应用在不同的组合导航类型中。Deng Hong等[14]提出了一种组合滤波的线性模型,将加速度和磁场强度作为状态量估计姿态角误差,并提出通过加权因子来调节观测量对估计结果的影响;J. S. Jang [15]用EKF从陀螺仪、加速度计、磁传感器输出信号中估计姿态四元数和陀螺漂移,并将其用于GPS/SINS的融合;Merwe等[16]将UKF应用于水下机器人INS/GPS组合导航系统,系统状态估计误差相对于EKF降低30%;G. Lachapelle [17]将UKF用于INS/GPS组合导航系统的位置及姿态估计,得到比EKF更好的估计精度。

针对在实际应用中的非线性系统模型,且系统中噪声也非绝对的高斯白噪声的情况,Mook与Junkins等[18]提出了一种最小模型误差(Minimum Model Error, MME)准则,基于MME准则和Lu所建立的预测控制理论[19],Crassidis等[20]提出了一种实时的非线性滤波技术,即模型预测滤波器(Models Predictive Filter, MPF)。MEI Chun-bo, 屈新芬等[21-22]将MPF用于机载SINS/GPS组合导航系统的空中自对准,通过MPF对SINS中惯性器件所引起的模型误差进行估计,不仅实现SINS/GPS的空中自对准,而且提高

了姿态角的对准精度,使姿态角的误差被有效控制在 1° 以内。

粒子滤波研究重点主要围绕重要性采样函数、计算效率、权值退化/样本匮乏和复杂系统建模展开。根据 m 阶马尔科夫假设,王法胜等[23]分析算法基本原理并推导后验概率密度及权值更新公式,分析了基本粒子滤波算法中存在的问题以及解决方法,针对粒子滤波算法重要性采样密度的选择问题,论述了重要性采样密度选择方法,对重采样技术及样本匮乏问题进行了深入的分析。为提高非线性系统状态估计的精度,孟军英等[24]研究了粒子滤波与状态平滑相结合的方法,利用粒子滤波的重采样方法改善粒子退化问题,针对粒子滤波在实际工程领域应用中的问题,进行了基于粒子滤波的非线性系统故障检测研究和基于粒子滤波的单站被动纯角度目标跟踪研究。

有限集统计学应用于多目标跟踪后,粒子滤波进入一个新的发展阶段—随机集粒子滤波,李天成等[25]将多目标跟踪作为一类复杂估计问题,一方面需要准确的目标新生/消亡与演变、虚警/漏检等建模技术,另一方面需要多传感器信息融合、航迹管理等复杂决策方法,基于不同的背景假设,构建不同近似形式的随机集贝叶斯滤波器并采用粒子滤波实现,但机动目标、未知场景、多目标航迹管理以及跟踪性能评价等仍是多目标粒子滤波的研究难点和重点。

3. 粒子滤波理论

粒子滤波理论是利用离散随机的粒子和粒子的权值以逼近后验概率密度分布,并迭代来调整粒子的状态值及其权值,进而修正相关的概率分布,当样本数量很大的时候这个分布就会和状态变量的真实后验概率分布很接近[26]。由于粒子滤波的这些优点,使得这种滤波方法非常适用于非高斯、非线性状态空间模型的随机系统,而且其估计精度可以近似于最优估计,是一种非常有效的非线性滤波方法。但粒子滤波自身固有的粒子退化等问题也会影响滤波性能,进而影响组合导航定位精度,必须通过其他的方式改进粒子滤波算法,改善该滤波算法,提高定位精度。

3.1. 标准粒子滤波

粒子滤波算法是一种结合了蒙特卡罗(Monte Carlo)模拟和递推贝叶斯(Bayesian)估计的滤波方法,在处理非线性系统非高斯噪声问题具有优势。简单来说,粒子滤波算法是指通过寻找一组在状态空间传播的随机样本对概率密度函数进行近似,以样本均值代替积分运算,从而获得状态最小方差分布的过程。尽管算法中的概率分布只是真实分布的一种近似,但由于非参数化的特点,它摆脱了解决非线性滤波问题时随机量必须满足高斯分布的制约,能表达比高斯模型更广泛的分布,也对变量参数的非线性特性有更强的建模能力。因此,粒子滤波算法能够比较精确地表达基于观测量和控制量的后验概率分布,可以使用粒子滤波算法对组合导航系统进行优化,以提高组合导航定位的性能。

粒子滤波算法的流程如下:

a) 初始化 $k=0$, 采样 $x_0^i \sim p(x_0)$, 也就是抽取一系列服从 $p(x_0)$ 分布的随机样本 (粒子) x_0^i , $i=1,2,3,\dots,N$ 。

b) 预测与更新。设定 $k := k+1$, 通过状态方程和量测方程对粒子值做预测。采样

$$x_k^i \sim q(x_k | x_{0:k-1}^i, z_{0:k}) \quad i=1,2,3,\dots,N。$$

进行权值更新。在得到量测数据以后, 参照量测方程并使用下面所列的公式计算出每个粒子的权值:

$$w_k^i = w_{k-1}^i p(z_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i) / q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_k),$$

$$i=1,2,3,\dots,N。$$

将得到的权值进行归一化:

$$w_k^i = w_k^i / \sum_{i=1}^N w_k^i$$

c) 重采样。得到N个新的等权值的粒子:

$$\{x_{0:k}^i, N^{-1}\}_{i=1}^N$$

d) 状态估计。输出状态估计:

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k^i x_k^i$$

方差估计:

$$P_k = \sum_{i=1}^N w_k^i (x_k^i - \hat{x}_k)(x_k^i - \hat{x}_k)^T$$

e) 对算法是否结束进行判断, 如果算法结束就退出算法, 如果算法没有结束就返回步骤b)。

3.2. 粒子退化的产生

标准粒子滤波算法是从所取的重要性密度函数中而不是实际的后验概率密度函数中进行抽样, 理想情况下, 被抽样的重要性密度函数方差基本为0, 此时的重要性密度函数无限逼近于系统真实的后验概率分布, 这种选取方法可以使得滤波结果较好, 而在实际应用中, 因为没有应用当前的观测数据, 从重要性密度分布函数中抽取的样本和从系统实际的后验概率分布中抽取的样本值会存在很大的偏差。随着不断迭代, 粒子重要性权值的方差会逐渐递增, 最后粒子权值也许会集中在几个乃至某一个粒子上, 降低了算法的效率, 极少数具有较大权值的粒子也不足以用来描述系统实际的后验分布, 此时粒子滤波算法便出现了粒子退化现象[27]。

4. 粒子滤波改进方法

粒子退化是粒子滤波算法不可避免的问题, 如果继续迭代运算下去, 大量的计算资源就会消耗在处理那些微不足道的粒子上, 不仅造成了资源的浪费, 也影响了最终的估计结果, 为了改善退化现象, 可以采取以下措施。

4.1. 增加粒子数

增加粒子数也叫增加采样点, 粒子数目多, 自然能全面反映粒子多样性, 能延缓退化, 但是当采样点数达到一定数目后, 增加采样点数对进一步提高算法估计精度效果甚微[28], 而且粒子数目的增多必然增加算法的运行时间, 显然对于实时性要求较高的组合导航系统是不可取的。

4.2. 重采样技术

粒子滤波重采样技术的基本思路是在重要性采样之间, 增加采样步数得到更多样本, 消除权值较小的样本, 并复制权值较大的样本。常用的重采样方法包括多项式重采样 (multinomial resampling)、分层重采样(stratified resampling)、系统重采样 (systematic resampling) 和残差重采样 (residual resampling)。

为了解决粒子退化问题, 于金霞等[29]给出了四种重采样方法的算法实现过程, 并提出了改进的粒子滤波重采样算法即规则化的重采样和基于熵的自适应重采样算法。规则化的重采样技术不再按离散的脉冲序列而是按近似连续的后验概率密度函数进行重采样, 在一定程度上减少了样本匮乏的现象, 但其仍然不能保证重采样后的粒子和直接从后验概率密度函数中采样的粒子能渐进一致。基于熵的自适应重采样通过相关熵衡量前后两个时刻的归一化权值差异, 若差异大于阈值, 则认为权值退化严重, 重新执行取样步骤。同样针对粒子退化问题, 李娟等[30]提出了分类重采样(CR)算法, 在筛选时可以根据粒子的数目多少选择不同类型的复制方案, 并在有效粒子减少的情况下, 及时补充新粒子。

重采样算法解决了粒子退化问题, 同时带来了样本枯竭问题, 可以根据对组合导航系统的精度要求选择合适的重采样技术, 在减少小权值粒子数目和保持粒子多样性之间进行权衡。

4.3. 选择最优的重要性密度函数

建立最优的重要性密度分布函数使得落在先验分布区域的样本转移到最大似然区域, 如果似然函数的峰值与先验分布的峰值重合且似然函数的宽窄与先验分布的峰值宽度基本吻合, 即达到最大的重合度。

4.3.1. EKF算法

扩展卡尔曼滤波是一种局部线性化的方法, 它通过一阶Taylor展开式实现, 是一种递归的最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)估计方法, 要求系统是近似高斯后验分布模型[31]。

用EKF改进粒子滤波算法的核心在于: 在采样阶段, 可以利用EKF算法为每个粒子计算其均值和协方差, 然后

利用该均值和方差”指导”采样。因为EKF算法采用了当前时刻的观测信息，也就是说，在 $k-1$ 时刻利用EKF算法，以及最新的观测信息 z_k 计算第 i 个粒子的均值和方差，并利用该均值和方差来采样并更新该粒子。EPF算法改善了密度分布函数，将先验分布的粒子集合转移到似然区域，但缺陷在于对系统做了高斯假设，而且EKF本身的一阶线性化递归估计也存在误差。

4.3.2. UPF算法

无迹卡尔曼滤波(The Unscented Kalman Filter, UKF)也是一种递归的最小均方误差估计，利用UKF来改进粒子滤波的算法称为无迹卡尔曼粒子滤波(The Unscented Kalman Particle Filter, UPF)。利用无迹卡尔曼滤波(UKF)产生的近似高斯分布作为重要密度函数，粒子滤波在进行序贯采样性迭代时结合马尔可夫链蒙特卡洛(Marlov Chain Monte Carlo, MCMC)使粒子移动到不同的地方，从而避免样本贫乏现象，而且马尔可夫链(MarKov)能将粒子推向更接近UPF状态的地方，使样本分布更合理，张洋溢等[32]给出了具体的算法流程。

4.4. 基于神经网络改进粒子滤波

4.4.1. 基于BP神经网络的粒子滤波

神经网络(Neural Network, NN)的研究可上溯到1890年，但真正展开神经网络理论研究却始于二十世纪40年代。1943年，心理学家McCulloch和数学家Pitts合作提出了形式神经元的数学模型(MP模型)，从此开创了神经网络理论研究的新时代。1958年Frank Rosenblatt[33]提出了感知器(Perceptron)，它具有3层网络，是世界上第一个真正意义上的人工神经网络(Artificial Neural Network, ANN)。1969年，人工智能的创始人M. Minsky和S. Papert[34]发表了《感知器》(Perceptrons)一书，书中对隐层问题进行了论述。1986年，美国的David E. Rumelhart和James L. Mc Celland等[35]发表了《并行分布式处理》

(Parallel Distributed Processing)一书，这本书进一步发展了多层神经网络的误差反向传播的训练算法(Error Back Proragation, BP)[36]，这就是BP神经网络，BP神经网络[37]已成为如今最为常见，应用范围最广的神经网络。

利用BF神经网络的强大的非线性映射功能，通过网络训练可以调整粒子的权重，将BF神经网络与粒子滤波结合起来，增大权值较小的粒子的权值，将具有较大权值的粒子分裂为若干个小权值的粒子，可以有效地改善粒子退化问题，并提高样本多样性，进而改善滤波性能，提高定位精度。李兴凯[26]给出了BP神经网络改善粒子滤波的基本思路，即在粒子滤波算法上增加两个步骤：权值分裂，将权重十分大的粒子分裂为两个权重减半的粒子，同时为使粒子总数不变，需要舍弃一些权重十分小的粒子；权值调整：首先采集样本进行网络训练，粒子的状态值作为神经网络的输入，神经网络的教师信号为该时刻的量测值，通过网络多次锻炼，将误差反传，可以通过设定均方差门限来控制训练次数。实际上，最后得到的神经网络实现了系统量测方程的功能。之后将具有较小权值的粒子的状

态值作为神经网络的输入，将神经网络的输出利用权值公式得到粒子的新权值，可以使得粒子权值增大，这样就达到提高样本多样性，抑制粒子退化问题，改善滤波性能的目的。

4.4.2. 基于广义回归神经网络的粒子滤波

1988年，Broomhead Lowe [38]提出了径向基函数网络(Radial Basis Fuctions, RBF)。1991年，Specht提出了广义回归神经网络(General Regression Neural Network, GRNN)，是一种新型神经网络，属于径向基神经网络的一种，是一种采用非线性回归的前馈人工神经网络。广义回归神经网络用概率密度函数代替方程，采用执行Parzen非参数预估，利用量测样本得到自变量与因变量间的联合概率密度分布函数，能够根据概率最大原则得到网络的输出(即因变量对自变量的期望值)[39]。为了克服一般神经网络学习方法易陷入局部极小值的缺陷，王尔申等[40]提出一种在线的、非线性的、非高斯的基于粒子滤波的神经网络学习算法，采用无迹卡尔曼滤波产生粒子，以较少的粒子逼近状态的后验概率分布，搜索到经验风险函数的最小值。

将广义回归神经网络与粒子滤波相结合来优化重要性密度函数，可以根据量测值 z_k 训练广义回归网络使其接近似然函数，然后利用这个网络调整样本值。算法基本思想是，首先进行训练，通过采样得到一组样本，样本与量测预测构成了输入向量与目标向量。输入向量维数即样本数量 N 及学习样本维数 M 共同决定了网络结构

$N \times M \times (N+1) \times N$ ；其次，在网络训练完成之后，以输入向量的形式对粒子滤波算法的样本进行调整，构建 N 维向量

$X_k^i = [x_k^i, x_k^i \pm j\Delta]$, $j\Delta < L(j=1, 2, \dots, n/2)$ ，参数 L 为调整范围，用这个向量做经过训练之后的广义回归网络的输入向量，最后根据输出向量的结果指示，样本 x_k^i 被最优 $x_k^i \pm j\Delta$ 取代。调整后的一系列样本更加接近重要性密度，从而达到改善滤波性能的目的。

5. 结论

粒子滤波在解决组合导航系统非线性、非高斯分布问题上具有一定优势，其粒子退化问题不可避免地影响了定位精度，对其进行改进后不同程度地改善了滤波性能[26]。增加粒子数目适用于实时性要求不高的系统，重采样技术相对比较成熟，不同的采用方式可以灵活适用于不同的硬件设备，选择最优的重要性密度分布函数，将先验分布的粒子集合转移到似然区域，从而改进算法的性能。基于BF神经网络改进粒子滤波算法抑制了粒子退化和样本多样性丧失，具有一定的优势。广义回归神经网络通过优化粒子的重要性密度函数改进粒子滤波算法，但是算法的复杂度大大增加，运行时间增长，运行效率下降。学者们在粒子滤波改进方面取得了大量研究成果，由于篇幅限制只介绍了少数代表性文章，疏漏之处欢迎指正。

参考文献

- [1] Titterton D, Weston J. Strapdown Inertial Navigation Technology [J]. Aerospace & Electronic Systems Magazine IEEE, 2004, 20 (7): 33 - 34.
- [2] 孙罡. 低成本微小型无人机惯性组合导航技术研究[D]. 南京理工大学, 2014.
- [3] 邓利坚. GPS/INS组合导航算法研究[D]. 电子科技大学, 2013.
- [4] 罗琴. 基于MEMS惯性传感器的微小型航姿参考系统的设计与研究[D]. 上海交通大学, 2012.
- [5] 王尔申, 庞涛, 李兴凯, 张芝贤. 基于遗传算法和神经网络的改进粒子滤波的GPS定位数据处理[J]. 电子器件, 2015,(2):410-413.
- [6] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西北工业大学出版社, 1998.
- [7] 崔留争, 高思远, 贾宏光, 储海荣, 姜瑞凯. 神经网络辅助卡尔曼滤波在组合导航中的应用[J]. 光学精密工程, 2014,22(5):1304-1311.
- [8] Kalman R E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems [J]. Jbasic Engrtransasme, 1960, 82D (1): 35-45.
- [9] 仇立成, 姚宜斌, 祝程程. GPS/INS松组合与紧组合的实现与定位精度比较[J]. 测绘地理信息, 2013,38(3):17-19.
- [10] Marins J L, Yun X, Bachmann E R, Mcghee R B, Zyda M J. An extended Kalman filter for quaternion-based orientation estimation using MARG sensors [C] //Intelligent Robots and Systems, 2001 Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference, 2002. 2003--2011.
- [11] Wang Q, Xiao-Su X U, Zhang T, Pei-Juan L I. Application of fuzzy adaptive filter to integrated navigation system of underwater vehicle [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008.
- [12] Yi Y, Grejner-Brzezinska D A. Tightly-coupled GPS/INS Integration Using Unscented Kalman Filter and Particle Filter [C] //Proc of Ion Gps, 2006.
- [13] Xia Guoqing, Wang Guoqing. INS/GNSS Tightly-Coupled Integration Using Quaternion-Based AUPF for USV [J]. PubMed, 2016. 8.
- [14] DENG Hong, LIU Guang-bin, CHEN Hao-ming. The Application of Federated Kalman Filtering in SINS/GPS/CNS Intergrated Navigation System [J]. 2012:12-19.
- [15] Gross J, Yu G, Rhudy M, Barchesky F, Napolitano M. On-line Modeling and Calibration of Low-Cost Navigation Sensors[J]. J Phys Chem C, 2006, 112 (41): 16103-16109.
- [16] Van. Der. Merwe R, Wan E A. Sigma-Point Kalman Filters for Integrated Navigation [C] //Meeting of the Institute of Navigation, 2004. 641-654.
- [17] Crassidis J L. Sigma-point Kalman filtering for integrated GPS and inertial navigation [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2006, 42 (2): 750-756.
- [18] Aiaa. Minimum model error estimation for poorly modeled dynamic systems [J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 1988, 11 (3): 256-261.
- [19] Lu P. Optimal predictive control of continuous nonlinear systems [J]. International Journal of Control, 1995, 62 (3): 633-649.
- [20] Predictive Filtering for Nonlinear Systems [J]. 2008.
- [21] MEI Chun-bo, QIN Yong-yuan, YOU Jin-chuan. SINS in-flight alignment algorithm based on GPS for guided artillery shell [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22 (1): 51-57.
- [22] 屈新芬, 李世玲, 徐林. INS/GPS组合系统初始滚转角空中粗对准方法[J]. 探测与控制学报, 2015(4)1008-1194.
- [23] 王法胜, 鲁明羽, 赵清杰, 袁泽剑. 粒子滤波算法[J]. 计算机学报, 2014,37(8):1679-1694.
- [24] 孟军英. 基于粒子滤波框架目标跟踪优化算法的研究[D]. 燕山大学, 2014.
- [25] 李天成, 范红旗, 孙树栋. 粒子滤波理论、方法及其在多目标跟踪中的应用 [J]. Acta Automatica Sinica, 2015,41(12):1981-2002.
- [26] 李兴凯. 基于神经网络的粒子滤波算法在GPS中的应用研究[D]. 沈阳航空航天大学, 2015.
- [27] 刘刚, 梁晓庚. 遗传重采样粒子滤波的目标跟踪研究[J]. 计算机工程与应用, 2010,46 (019):196-199.
- [28] 杜航原, 郝燕玲, 赵玉新. 基于集合卡尔曼滤波的改进粒子滤波算法[J]. 武汉理工大学学报, 2012,36(02):415-422.
- [29] 于金霞, 刘文静, 汤永利. 粒子滤波重采样算法研究[J]. 微计算机信息, 2010,26(06):44.
- [30] 李娟, 刘晓龙. 改进的粒子滤波重采样算法[J]. 吉林大学学报, 2015,45(6):2069-2074.
- [31] 黄小平, 王岩, 缪鹏程. 粒子滤波原理及应用[M]. 电子工业出版社, 2017.
- [32] 张洋溢, 王忠. 改进的无迹. 粒子滤波在组合导航中的应用研究[J]. 微计算机信息, 2010,26(06):44.
- [33] Rosenblatt F. The perceptron: A theory of statistical separability in cognitive systems (Project Para) [J]. 1958.
- [34] Nievergelt J. R69-13 Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry [J]. IEEE Transactions on Computers, 1969, C-18 (6): 572-572.
- [35] Rumelhart D E, McClelland J L. Parallel Distributed Processing [M]. The MIT Press, 1986.
- [36] Rumelhart D E, McClelland J L. Parallel distributed processing: explorations in the microstructure of cognition, vol. 1: foundations [J]. Language, 1986, 63 (4).

- [37] 王尔申, 李兴凯, 庞涛. 基于BP神经网络的粒子滤波算法 [J]. 智能系统学报, 2014,(6):709-713。
- [38] Broomhead D S, Lowe D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks [J]. Complex Systems, 1988, 2 (3): 321-355.
- [39] Specht D F. A general regression neural network [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1991, 2 (6): 568-576.
- [40] 王尔申, 李兴凯, 庞涛. 基于神经网络的粒子滤波算法研究[J]. 智能系统学报, 2014(6)。