



Analysis of Flow Field in Large Disc Valves

Pang Dongqing¹, Gao Zhenbing², Sun Yicai^{2,*}

¹Ultrafast Laser Laboratory, Key Laboratory of Opto-electronic Information Technology (Ministry of Education), College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin, People's Republic of China

²Information College, Hebei University of Technology, Tianjin, People's Republic of China

Email address:

sycheb@126.com (Sun Yicai)

*Corresponding author

To cite this article:

Pang Dongqing, Gao Zhenbing, Sun Yicai. Analysis of Flow Field in Large Disc Valves. *Asia-Pacific Journal of Computer Science and Technology*. Vol. 1, No. 2, 2019, pp. 15-27.

Received: August 29, 2019; Accepted: September 23, 2019; Published: November 7, 2019

Abstract: The formula $Q = Q_{max} \times 2000^{\theta/\theta_{max}-1}$ is used to describe the relationship between the flow rate Q and the valve opening angle $(\theta/\theta_{max}-1)$ in the large disc valve [1]. In this paper, the simplified Navier-Stokes equation [2-4] is applied to the analysis of flow field in large disc valves. It also includes the use of Bernoulli equation [2-4] to determine the pressure conditions at both ends of the valve based on the specified flow rate Q of the valve. This is the first time, the universal formulas and images of flow angles for flow lines that satisfy boundary conditions including both ends, two walls, and disc surface flow lines are proposed. In this paper, flow rate, flow velocity and pressure are discussed on the basis of streamlines [2-4]. Because the flow function Ψ for any flow lines is constant [2], setting Ψ to be a two-order polynomial of x and y , then prove that it satisfies the flow function equation [2], and according to the definition of the flow function, the two components of the flow velocity, longitudinal and transverse are evaluated as two more simpler polynomial of x and y , for afterwards use. For the disc valve, the flow rate through any lines that passes two points is equal to the difference of the flow function Ψ values at these two points [2], which proves that the flow function has nothing to do with the y coordinate at the center line of the disc valve. The longitudinal flow rate Q along the disc valve is only related to the longitudinal flow velocity v , so v is obtained according to the flow rate Q at the different valve opening angles θ . Finally, the transverse velocity u in disc valve at the different valve opening angles is obtained by using the Navier-Stokes equation and the obtained universal formulas of the flow angles. Finally, analysis of flow field in large disc valves is completed. This is different from the methods [5-9, 11-16] to be widely used software simulation of flow fields, as there is no need to divide the flow field by grids.

Keywords: Disc Valves, Flow Field, Flow Angle of Flow Lines, Flow Function, Pressure Gradient, Pressure Distribution, Flow Velocity, Its Vector Distribution

大型碟型阀门中流场的分析

庞冬青¹, 高振斌², 孙以材^{2,*}

¹天津大学精密仪器学院, 天津, 中国

²河北工业大学信息学院, 天津, 中国

邮箱

sycheb@126.com (孙以材)

摘要: 大型碟型阀门中用式 $Q = Q_{max} \times 2000^{\theta/\theta_{max}-1}$ 来描述流量与碟阀开角 $(\theta/\theta_{max}-1)$ 的关系[1]。本文将简化了的 Navier-Stokes 方程[2-4]应用于大型碟型阀门中流场的分析, 还包括利用伯努利方程[2-4]依据阀门的流量确定所需的阀门两端的压力条件, 又根据两端、两壁、碟阀面流线的边界条件, 本文首次提出同时满足这些边界条件的有关流向角的普适公式和图像。以流线[2-4]为基础对流速和压力进行讨论。因为一流线的流函数 Ψ 为常数, 于是, 设定 Ψ 为 x

和 y 的二阶多项式, 并证明它满足流函数方程[2], 并根据流函数的定义[2]得到流速的纵向和横向的两个分量更为简单的一阶多项式, 便以后待求其值。对于碟阀来说, 又根据过两点的任意一条线的流量等于这两点的流函数 Ψ 值的差[2] 证明了此流函数与碟阀中心线 y 坐标无关。沿碟阀的纵向流量只与纵向流速 v 有关, 于是得到不同开角时的流量 Q 与 v 关系。最终利用Navier-Stokes 方程和流向角的普适公式得到碟阀不同开角时的横向流速 u 及其矢量[2]和压力梯度、压力分布。完成了大型碟型阀门中流场的分析。这与当前广泛采用软件模拟流场法, [5-9,11-16]不同, 无需对流场进行格子剖分。

关键词: 碟阀, 流场, 流线及流向角, 流函数, 压力梯度, 压力分布, 流速及其矢量分布

1. 引言

已报道, 大型碟型阀门中用式 $Q = Q_{\max} \times 2000^{\theta/\theta_{\max}-1}$ 来描述流量与碟阀开角 $(\theta/\theta_{\max}-1)$ 的关系[1]。但未见关于不同碟阀开角时流线走向, 流速以及压力的分布的报道。将简化了的Navier-Stokes 方程及伯努利方程[2-4] 应用于大型碟型阀门中流场的分析。

湍流液体运动呈随机性, 即速度、压强等均随时间、空间作不规则的脉动, 是它的基本特征。可采用时间平均法, 将任一物理量的瞬时值分解为时均值与脉动值, 即:

$$u = u_{\infty} + \bar{u}_{\infty} + u'$$

式中 u_{∞} 、 \bar{u}_{∞} 、 u' 分别为某一点处沿 x 方向的瞬时流速、时均流速与脉动流速[2]; 压力也为某点处的瞬时压强、时均压强与脉动压强之和; T 为适当选取进行平均的时段[2]。因此, 本文所指速度和压力是平均的时段值, 满足流体力学的纳维-斯托克斯 (Navier-Stokes) 方程和伯努利方程。在某一固定时刻 t , 如果一条曲线上每一个点的切线方向都与该点上的流体质点速度方向相同, 则这条曲线称为流线 (与迹线不同) [2]。显然, 不同时刻的流线形状是不相同的。如果是稳流场, 各处流速不随时间而变化, 即 $\partial u / \partial t = 0$, 流线的形状不随时间而变化, 但不同地点的流线形状是不相同的。对于湍流场, 流线的切线斜率为 $k_1 = u/v$, u 和 v 为流速的横向和纵向的两个分量[2], 即 $k_1 = \tan\beta = u/v$, β 为此流线上该点的流向角。这里的流向角 β 是指与碟阀壁平行的沿纵向 y 坐标轴的交角。当流向角 $\beta=0$ 时, 则流线平行 y 坐标, 即平行阀壁。

以流线为基础对流速和压力进行讨论。因为一流线的流函数 ψ 为常数[2], 于是, 设 $\psi = a_1x + a_2y + b(xy) + cx^2 - cy^2$ 并可证明它满足流函数方程, 故此 ψ 函数的假设成立且与 c 值无关, 并根据流函数的定义[2]: $u = \partial\psi / \partial y$, $v = -\partial\psi / \partial x$, 即它与 u 和 v 的关系, 得到流速的纵向和横向的两个分量待求值 $v = -(a_1 + by + 2cx)$ 和 $u = (a_2 + bx - 2cy)$ 。对于碟阀来说, 又根据过两点的任意一条的线的流量等于这两点的流函数 ψ 值的差[2], 下文证明此流函数与 y 无关, 即有 $v = -(a_1 + 2cx)$ 和 $u = (a_2 + bx)$ 。沿碟阀的纵向流量只与纵向流速 v 有关, 于是得到不同开角时的流量 Q 与 a_1 和 c 关系, 由此关系图可看出 c 值很小, 即 $v = -a_1$ 与 x 无关。再根据伯努利方程, 由流量确定一定面积的碟阀两端压力差 Δp , 又根据简化的纳维-斯托克斯 (Navier-Stokes) 方程[2-4], 确定压力梯度 dp/dy , 最后, 根据两端流速和两壁和碟阀

面流速边界条件, 提出了对碟阀左、右两侧同时满足它们的流向角 β_1 和 β_2 的普适公式, 又用Maple 软件分别绘制出碟阀不同开角 θ 时左、右两侧流向角 β_1 和 β_2 与 y 和 r 的关系图。由此得到 $u = v \tan\beta$ 和由纳维-斯托克斯 (Navier-Stokes) 方程得到 dp/dx 和 x 向 $p(y, r)$ 分布, 并证明同一水平面 y 上, 碟阀两侧无压力差, 即 $\Delta p (x = \pm 20\text{cm}, y) = 0$ 。完成了大型碟型阀门中流场的分析, 得到 v 、 u 、 dp/dy 、 $p(y, r)$ 、 dp/dx 、 $p(x, r)$ 的分布。这与当前广泛采用软件模拟流场法[5-9, 11-16]不同, 无需对流场进行格子剖分。

2. 本文所用大型碟阀中的基本方程

2.1. 流量与碟阀开角 θ 的关系

大型碟型阀门中用式 $Q = Q_{\max} \times 2000^{\theta/\theta_{\max}-1}$ 来描述流量与碟阀开角 $(\theta/\theta_{\max}-1)$ 的关系[1]。本文中定义的开角与文献报道的开角成补角关系, 故用式

$$Q = Q_{\max} \times 2000^{-\theta/\theta_{\max}} \quad (1)$$

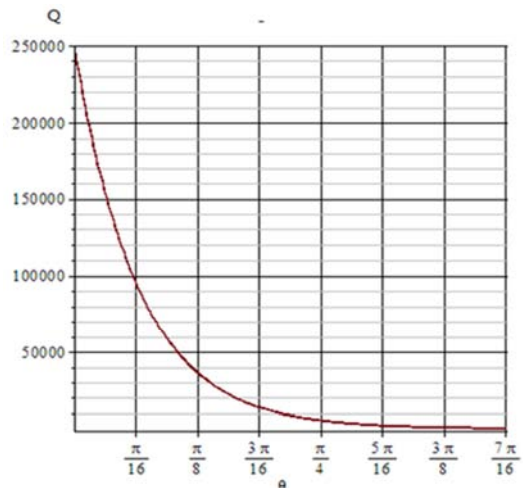


图1 流量 Q 与开角 θ 关系。

来描述流量与碟阀开角 θ 的关系。 Q_{\max} 是开角最大 $\theta_{\max}=0^\circ$ 时的流量。设碟阀全开时的流量为 $Q_0=0.25\text{m}^3/\text{s}=0.25 \times 10^6\text{cm}^3/\text{s}$ 。不同开角时流量为 $Q = 0.25 \cdot 10^6 \cdot (2000^{-\theta/\theta_{\max}}) \times 10^6\text{cm}^3/\text{s}$, 如图1所示。

2.2. 纳维-斯托克斯 (Navier-Stokes) 方程[2]

纳维-斯托克斯方程是用于描述流体运动的方程。

对于不可压缩的牛顿流体，如水有 $\nabla \cdot u = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$ ，忽视重力 $g = 0$ ，又稳态时 $\partial u / \partial t = 0$ ，简化后可以得到该方程组[2]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} \\ & = \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu \frac{\partial u}{\partial z}) - \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} \\ & = \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu \frac{\partial v}{\partial z}) - \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho wu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho wv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho ww)}{\partial z} \\ & = \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial w}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu \frac{\partial w}{\partial z}) - \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad (4)$$

对于碟阀圆柱坐标x（即r）、y有

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} \\ & = \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial u}{\partial y}) - \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} \\ & = \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu \frac{\partial v}{\partial y}) - \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \quad (6)$$

其中x沿r向，碟阀中流场可看作平面流场，流速只有u和v两个分量。

2.3. 伯努利方程[2-4]

$$p_1 + \rho v_1^2 / 2 + \rho h_1 g = p_2 + \rho v_2^2 / 2 + \rho h_2 g$$

对于高度一致时的管道，有 $p_1 + \rho v_1^2 / 2 = p_2 + \rho v_2^2 / 2$ ，当一面上 $v_1 = v_2$ 时 $p_1 = p_2$ ，所以等速面就是等压面。因 $v^2 = Q^2 / A^2$ 即 $p_1 + \rho Q^2 / 2A^2 = p_2 + \rho Q^2 / 2A^2$ ，对于面积A一致时不同地点的管道理应有 $\Delta p = p_2 - p_1 = 0$ ，因管道有压头损失（如粘度等）， $\rho = 1 \text{g/cm}^3$ ，则

$$\Delta p = Q^2 / 2\alpha^2 A^2 \quad (7)$$

其中 $Q^2 / 2\alpha^2 A^2$ 是湍流条件下的修正项，但管道的长度往往被忽视。

作为原动力的静力 $\Delta p A \geq$ 动力 Q^2 / A ，即 $\Delta p \geq Q^2 / A^2$ ，由式（7）可见 $2\alpha_{\max}^2 \leq 1$ ， $\alpha_{\max} = 0.7$ ，阻力更大时， $\alpha < 0.7$ 。

2.4. 流线的流函数ψ[2-4]

$$\text{设平面无旋流动 } u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, v = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\text{由连续性方程[2]} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$\text{又设 } u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8)$$

由流线方程[2]: $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ 可得

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = d\psi = 0 \quad (9)$$

又有流函数方程:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} v + \frac{\partial \psi}{\partial y} u = \\ & \partial \psi \left(-\frac{v}{\partial x} + \frac{u}{\partial y}\right) = \partial \psi \left(-\frac{u}{\partial y} + \frac{u}{\partial y}\right) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

故流线上流函数为常数[2]。设流函数为

$$\psi = a_1 x + a_2 y + b(xy) + cx^2 - cy^2 \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial \psi}{\partial x} (a_1 + by + 2cx) = 2c,$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{\partial \psi}{\partial y} (a_2 + bx - 2cy) = -2c,$$

$$\therefore \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 2c - 2c = 0$$

可看出，此ψ函数假设（式11）成立。又由式（8）可得:

$$v = -(a_1 + by + 2cx) \text{ 和 } u = (a_2 + bx - 2cy) \quad (12)$$

文献[2]已证明，过两点的任意一条的线的流量 Q_0 (本文设为 $0.25 \text{m}^3/\text{s}$) 等于这两点的流函数值的差。

现设在y值一样的水平线上的 x_1 和 x_2 点，分别与流函数为 ψ_1 和 ψ_4 的二流线（见图2）相交，代入式（11）后有其流函数差:

$\Delta \psi = a_1(x_4 - x_1) + by(x_4 - x_1) + c(x_4^2 - x_1^2)$ ，注意仅有与y有关项 $(a_2 y - cy^2)$ 已消去了。

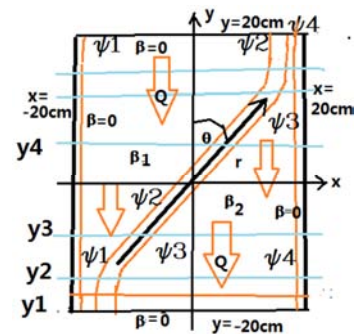


图2 阀中的流线及其流函数ψ。

通过 $x_4 = 20 \text{cm}$ 点和 $x_1 = -20 \text{cm}$ 点的碟阀纵向流量 $Q = 0.25 \text{m}^3/\text{s}$,

$$\text{对 } y_1 \text{ 有 } \Delta \psi = a_1(20 + 20) + by_1(20 + 20) + c(20^2 - 20^2) = 0.25 \text{m}^3/\text{s}$$

$$\text{对 } y_2: \Delta \psi = a_1(20 + 20) + by_2(20 + 20) + c(20^2 - 20^2) = 0.25 \text{m}^3/\text{s}$$

所以 $by_1(20+20) = by_2(20+20) = 0$, y_1, y_2 不在碟阀区时, ψ 与 y 无关, 故式 (12) 简化为:

$$v = -(a_1 + 2cx), \quad u = (a_2 + bx) \quad (13)$$

y_3, y_4 在碟阀区, 与 y 一样的水平线相交的四流线 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 和 ψ_4 。阀很薄, $x_2 = x_3$. 故 $\psi_2 = \psi_3$

对 y_3 :

$$\begin{aligned} \Delta\psi = \psi_4 - \psi_1 = \psi_4 - \psi_3 + \psi_2 - \psi_1 &= a_1(20 - x_3) + by_3(20 - x_3) \\ &+ c(20^2 - x_3^2) + a_1(x_3 + 20) + by_3(x_3 + 20) + c(x_3^2 - 20^2) \\ &= \Delta\psi_2 + \Delta\psi_1 = a_1(20 + 20) + by_3(20 + 20) + c(20^2 - 20^2) = 0.25 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

对 y_4 :

$$\begin{aligned} \Delta\psi = \psi_4 - \psi_1 = \psi_4 - \psi_3 + \psi_2 - \psi_1 &= a_1(20 - x_3) + by_4(20 - x_3) \\ &+ c(20^2 - x_3^2) + a_1(x_3 + 20) + by_4(x_3 + 20) + c(x_3^2 - 20^2) \\ &= a_1(20 + 20) + by_4(20 + 20) + c(20^2 - 20^2) = \Delta\psi_2 + \Delta\psi_1 = 0.25 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

所以 $by_3(20+20) = by_4(20+20) = 0$, y_3, y_4 在碟阀区时, ψ 也与 y 无关, 仍有 $v = -(a_1 + 2cx)$, $u = (a_2 + bx)$,

沿碟阀的纵向流量 Q 只与纵向流速 v (两者同向向下) 有关, 不考虑边界层的影响时, 可认为 v 是均匀的 (见下文式16), 故

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^{20} 2\pi xv dx = 2\pi \int_0^{20} -(a_1 + 2cx)x dx = \\ &6.28[-a_1 \cdot 200 + 0.666 \cdot c \cdot 800] = -1256a_1 + 33493c \end{aligned} \quad (14)$$

又如当 $\theta = \pi/8$ 时, 向下的流量

$$\begin{aligned} Q &= 0.25 \cdot 10^6 \cdot (2000^{-\theta/\theta_{\max}}) = 0.25 \cdot 10^6 \cdot (2000^{-2/7.9}) \\ &= 36100 \text{ cm}^3/\text{s} \end{aligned} \quad (15)$$

所以 $Q = -1256a_1 + 33493c = 36100 \text{ cm}^3/\text{s}$, a_1 的单位 cm/s , 而 c 的单位 $1/\text{s}$ 。由积分式 (14) 的图3 可看出, c 很小时, Q 才为 $36100 \text{ cm}^3/\text{s}$ 。因为流量不能为负值, 又要保证 Q 与 v 的一致性, 所以图的横坐标 a_1 应取其负值, 即 $a_1 > 0$ 。设 $c = 0$, 则当 $\theta = \pi/8$ 时, $a_1 = 29 \text{ cm}/\text{s}$, 纵向流速 $v = -a_1 = -29 \text{ cm}/\text{s}$ 。而流量仅管向下而是正值。图3 示出, 当 $\theta = \pi/8$ 、 $\pi/4$ 、 $\pi/3$ 时, 各流量 Q (cm^3/s) 与 a_1 (cm/s)、 c ($1/\text{s}$) 的关系, 因 c 很小, 故纵向流 v 分别为 -29 、 -4.25 、 $-1.19 \text{ cm}/\text{s}$ 。

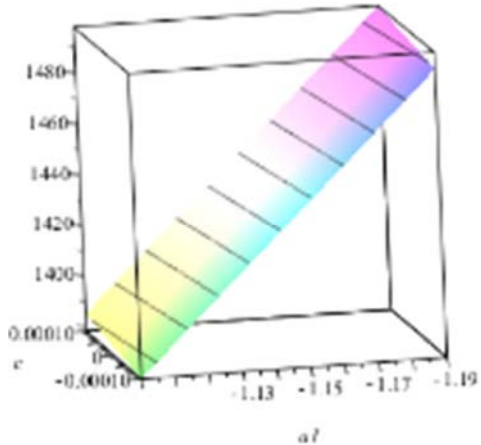
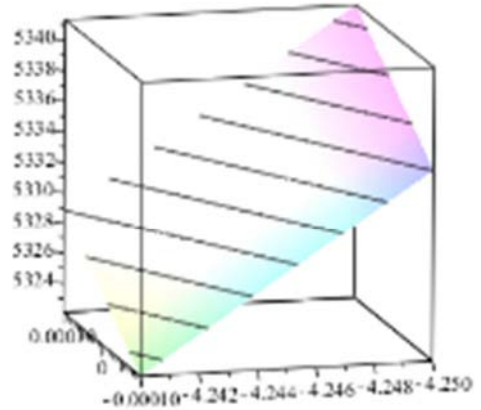


图3 当 $\theta = \pi/8, \pi/4, \pi/3$ 时, Q (纵坐标) 与 a_1 、 c 的关系。

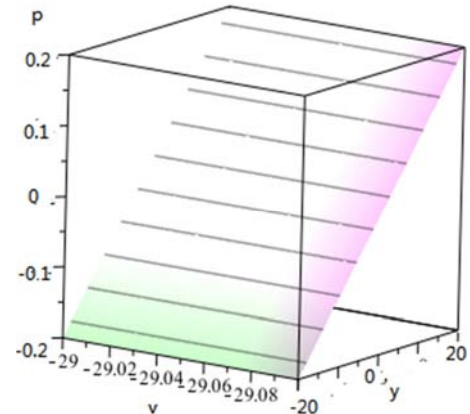
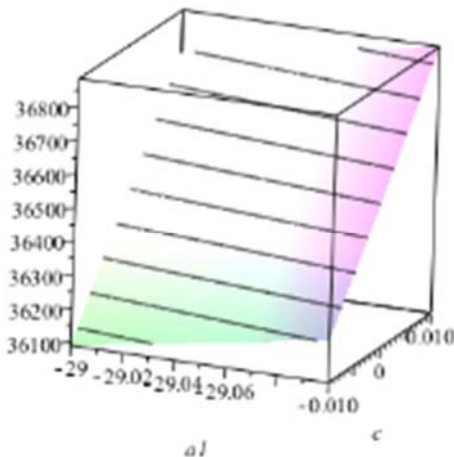
由式 (5) 纳维-斯托克斯方程

$$\frac{\partial(\rho v u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y}, \text{ 因为 } v = -(a_1 + 2cx) = -a_1 \text{ 与 } y$$

无关, 故 $\frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial y} &= -\frac{\partial(\rho v u)}{\partial x} = -\frac{\rho \partial[-(a_1 + 2cx)(a_2 + bx)]}{\partial x} \\ &= (-a_1 b + 2a_2 c) + 4bcx \approx -ab = vb \end{aligned} \quad (16)$$

(因 $c = 0$, v 与 x 也无关, 又设 $a = a_1$)。



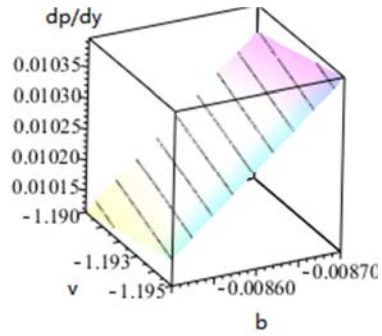
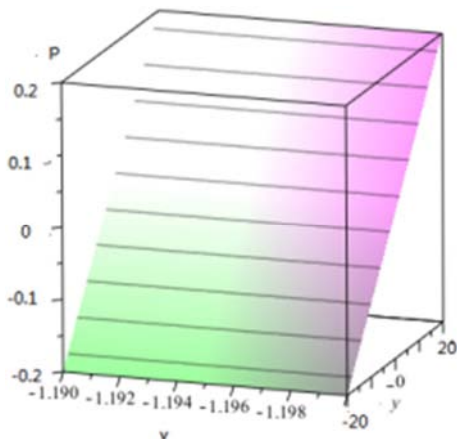
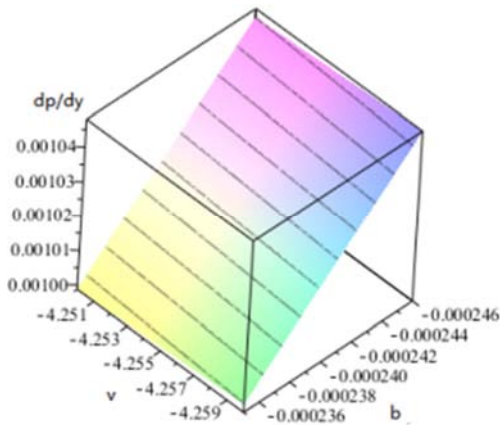
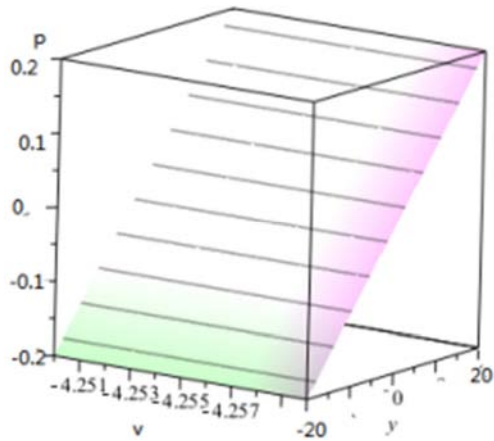
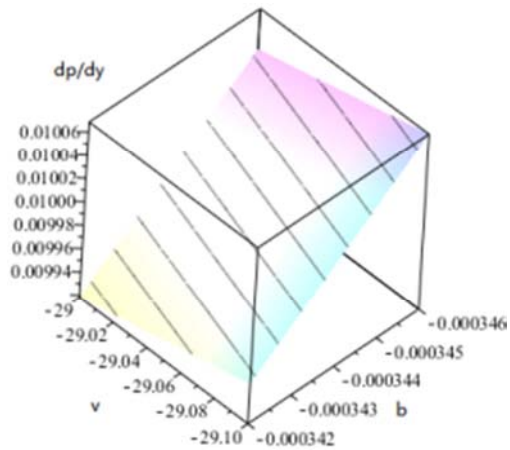


图4 当碟阀开角 $\theta=\pi/8$ 、 $\pi/4$ 、 $\pi/3$ (自上而下)时的 p 与 v 、 y 及 dp/dy 与 v 、 b 关系。

由伯努利方程确定 $\Delta p=Q^2/2\alpha^2 A^2$ (见2.3节式 7)，又 $\Delta p=dp/dy \times \Delta y=0.4N/cm^2$ (已量纲转换)，因 Q 向下,根据碟阀 y 纵向边界条件，所以 $dp/dy=0.4/40=0.01 N/cm^3$,即式 (16) $dp/dy=vb=0.01 N/cm^3$ ，例如碟阀开角 $\theta=\pi/8$ 时 $v=-29cm/s$ ， $b=-0.000344 N\cdot s/cm^4$ ，如图4所示,也有 $v=-a=-29cm/s$ 。图4示出，当碟阀开角 $\theta=\pi/8$ 、 $\pi/4$ 、 $\pi/3$ 时的 v (cm/s) 及 b ($N\cdot s/cm^4$) 值。

由式 (6) 纳维-斯托克斯方程：

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad v = -(a1 + 2cx), \text{ 与 } y \text{ 无关,}$$

$$\text{故 } \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} = -\frac{\partial(a2 + bx)^2}{\partial x} = -2b(a2 + bx) N/cm^3 \text{ (虽 } b \text{ 已知, 因无碟阀 } x \text{ 横向边界条件, } a2 \text{ 尚不能确定), 到现在便可有下值:}$$

$$v = -a1 = -a \text{ cm/s (由碟阀 } y \text{ 纵向边界条件可确定);}$$

$u = a2 + bx \text{ cm/s (无碟阀 } x \text{ 横向边界条件, 但 } a2 \text{ 尚不能确定), } a2=u-bx$,故

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= -2b(a2 + bx) = -2b(u - bx + bx) = -2bu = \\ &= -2bv \tan \beta = 2ba \tan \beta = -0.02 \tan \beta \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $ab=-0.01 N/cm^3$,待下文中，得到 β 或 u 后方可确定 dp/dx 。

3. 大型碟阀中流场边界条件

3.1. 两端压差边界条件

有压头损失时，因 $\rho=1g/cm^3$ ，则

$$\Delta p=Q^2/2\alpha^2 A^2 \quad (18)$$

同时考虑量纲的变换，则由式 (4) 可得流量与压力及阀门套面积的关系为

$$Q = 0.000318\alpha A \sqrt{2\Delta P} \quad (19)$$

$$\Delta P = \frac{Q^2}{2\alpha^2 A^2 0.000318^2} \quad (20)$$

其中，压力 ΔP 单位为 N/cm^2 ，流量 Q 单位为 m^3/s ， A 单位为 cm^2 。

已设 $Q=0.25m^3/s$ ， $r_0=20cm$ 时， $A=\pi 20^2 cm^2$ ， $\alpha_{max}=0.7$ 时，由式（7）得 $\Delta p=0.4N/cm^2$ ，在碟阀的中心处设横坐标 x 和纵坐标 y ， $y=0cm$ 时 $p=0 N/cm^2$ ， $y=-20cm$ 时 $p=-0.2 N/cm^2$ ， $y=20cm$ 时 $p=0.2 N/cm^2$ 。碟阀开角为 θ 时，流量为 $Q=Q_{max} \times 2000^{-\theta/\theta_{max}}$ 。当碟阀两端的 $\Delta p=0.4N/cm^2$ 时，则 $Q=Q_{max} \times 2000^{-\theta/\theta_{max}}=0.25 \times 2000^{-\theta/\theta_{max}} (m^3/s)$ 如图1 所示，已满足量纲要求。

3.2. 两端流速边界条件

碟阀两端流速矢量必须垂直两端边界，这可作为边界条件，即流线或流向角 β 必须垂直两端边界，此时 $\beta=0^\circ$ 。

3.3. 两壁和碟阀面流速边界条件

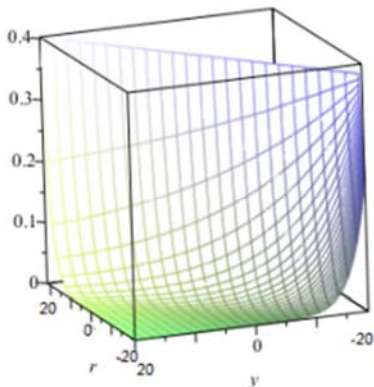
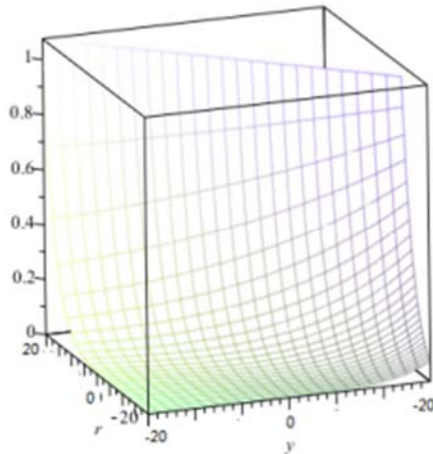
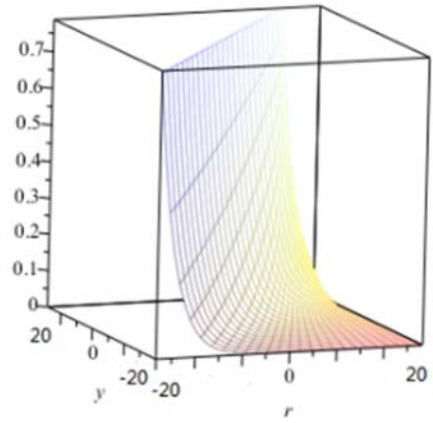
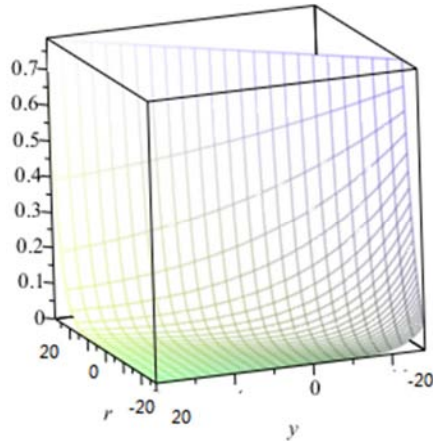
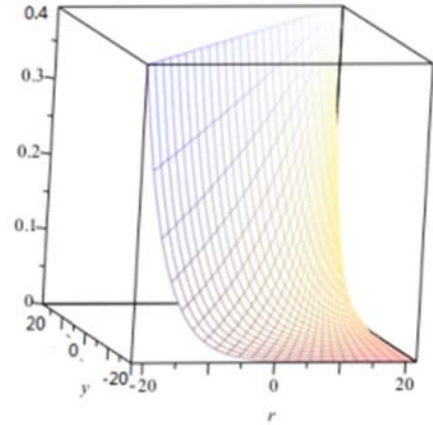
两壁流速边界条件为流线的流向角 $\beta=0^\circ$ ，流速矢量模 $v/\cos 0^\circ$ 。碟阀开角为 θ 时，水流沿碟阀面流动，沿碟阀面流速矢模 $=v/\cos \theta$ ，这为沿碟阀面流速的边界条件，即流线的流向角 $\beta=\theta$ 为碟阀面的边界条件。

3.4. 同时满足两端及两壁和碟阀面流速矢边界条件

我们提出，对碟阀左、右两侧用以下流向角两式 $\beta_1 = \theta n^{-(y-r \cos \theta)}$ $n=1.3, 1.5 \dots 2, (10)$ 和 $\beta_2 = \theta n^{(y-r \cos \theta)}$ $n=1.3, 1.5 \dots 2, (11)$

可同时满足两端和两壁和碟阀面流向角边界条件，又用 Maple 软件 [10] 语句 `plot3d({\beta1},r=-20/cos\theta..y/cos\theta,y=-20cos\theta..20)` 和 `plot3d({\beta2},r=20/cos\theta..y/cos\theta,y=20cos\theta..-20)`

分别绘制出碟阀不同开角 θ 时左、右两侧流向角 β_1 和 β_2 与 y 和 r 的关系，如图5所示，由图5可见均满足边界条件。 $y=+20cm$ 时， $\beta_1 (y=20cm, r) = 0^\circ$ (上边)。 $r=-20cm$ 时， $\beta_1 (r=-20cm, y) = 0^\circ$ (左壁)。 $r > -10cm$ 时， $y=-20cm$ 时， $\beta_2 (y=-20cm, r) = 0^\circ$ (下边)。 $r=+20cm$ 时， $\beta_2 (r=20cm, y) = 0^\circ$ (右壁)。沿碟阀上下表面的流向角 $\beta_1=\theta$ 和 $\beta_2=\theta$ 分别为各三维图的 $y-r$ 面上一对角斜线，即 $y=r \cos \theta$ ，沿对角线的法向流向角由 θ 角很快减小至零。 $n=1.2$ 时比 $n=1.5$ 时慢，从流量来说，这相当于流量小时慢，流量大时快。从 $\beta_1=0^\circ$ 或 $\beta_2=0^\circ$ 分别到沿碟阀上下表面的流向角 $\beta_1=\theta$ 和 $\beta_2=\theta$ 存在 y 或 r 上一小段的过渡区，这与图2所示的流线离开碟阀面后发生转弯后在 y 或 r 上一小段出现过渡区一致。



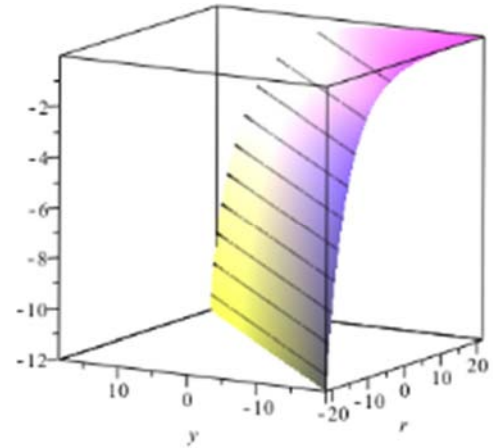
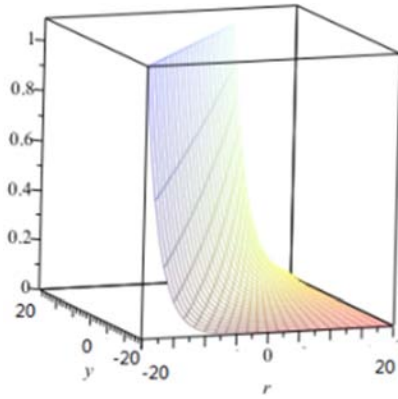
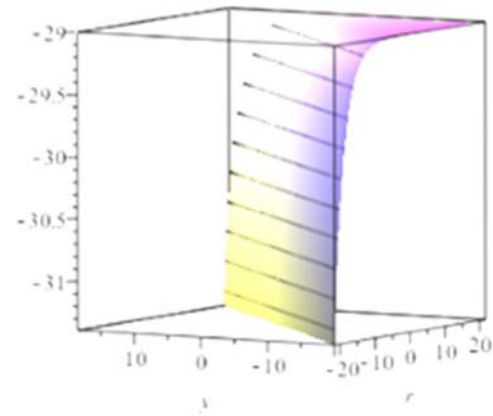
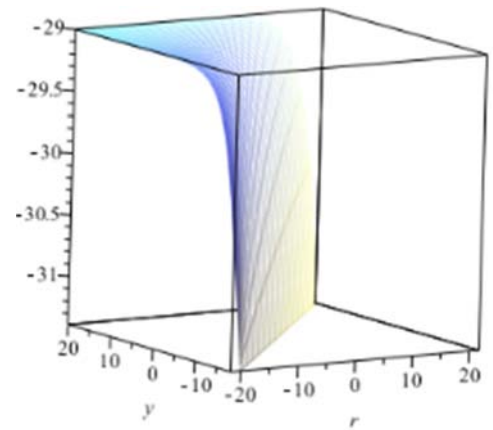


图5 n=1.2时碟阀不同开角θ时左、右两侧流向角β₁和β₂与y和r的关系。

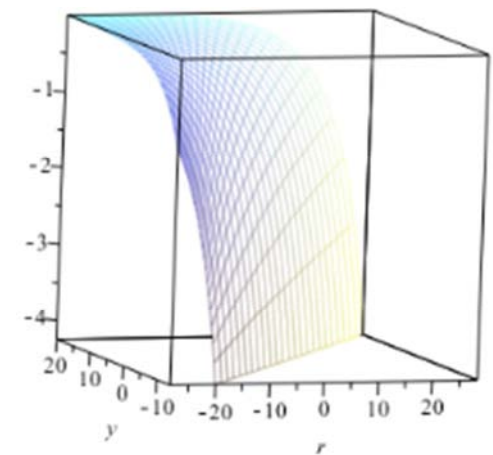
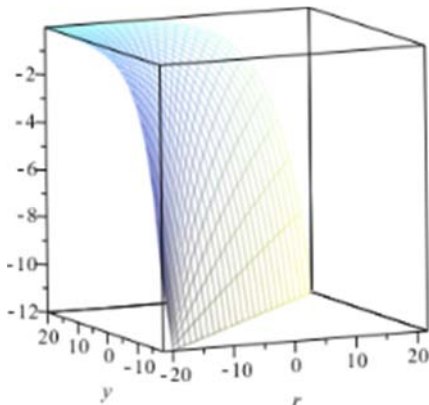
自上而下各分图: a、b) θ=π/8, c、d) θ=π/4, e、f) θ=π/3
 $\beta_1 = \theta n^{-(y-r\cos\theta)}$ 对应分图(a、c、e)
 $\beta_2 = \theta n^{(y-r\cos\theta)}$ 对应分图(b、d、f)



4. 碟阀左和右的x向流速u及其矢量模、x向dp/dx、p(y、r)的分布

4.1. x向流速u及其矢量模的分布

流线的切线斜率[2]为 $k_1=u/v$, 即 $\tan\beta=u/v$ 。β=0 时, u=0, $v=-(a_1+2cx)=-a_1 \neq 0$ (注: 等势线的切线斜率[2]为 $k_2=-u/v$ 。等势线与流线相垂直、正交, 构成流网)。上面已求得 $v=-(a_1+2cx)=-a_1=-a$, 下面求 $u=(a_2+bx)=v\tan\beta$ cm/s。β₁和β₂角如图5所示, 碟阀左和右的u及 $(u^2+v^2)^{0.5}=v/\cos\beta$ 的分布如图6所示。例如, 当θ=π/8时, 已有v=-29cm/s, 沿碟阀流线的β=θ, 所以 $u=-29\tan\beta=-29\tan\pi/8=-12$ cm/s, $(u^2+v^2)^{0.5}=-31.4$ cm/s, 均为常数。对于碟阀来说, $x=r\cos\theta=r\cos\pi/8$, 代入式中, $a_2=u-bx=-v\tan\pi/8-bx=-12-bx=-12-0.000344 \times r\cos\pi/8=-12-0.00032r \approx -12$ cm/s。同一流线的a₂为常数, a₂≈-12cm/s, 故沿碟阀的流线的 $u=v\tan\beta=-29\tan\beta=-12$ cm/s, 或 $u=(a_2+bx)=-12-0.00032r \approx -12$ cm/s, 如图6中下水平面的对角线所示。当θ=π/8、π/4、π/3时, 分别由上至下, 碟阀左和右的u及 $(u^2+v^2)^{0.5}=v/\cos\beta$ 的分布 (由上至下四个图为一组对应一θ角) 如图6所示, 可见u与β角密切相关, 沿碟阀面的流速为常数。



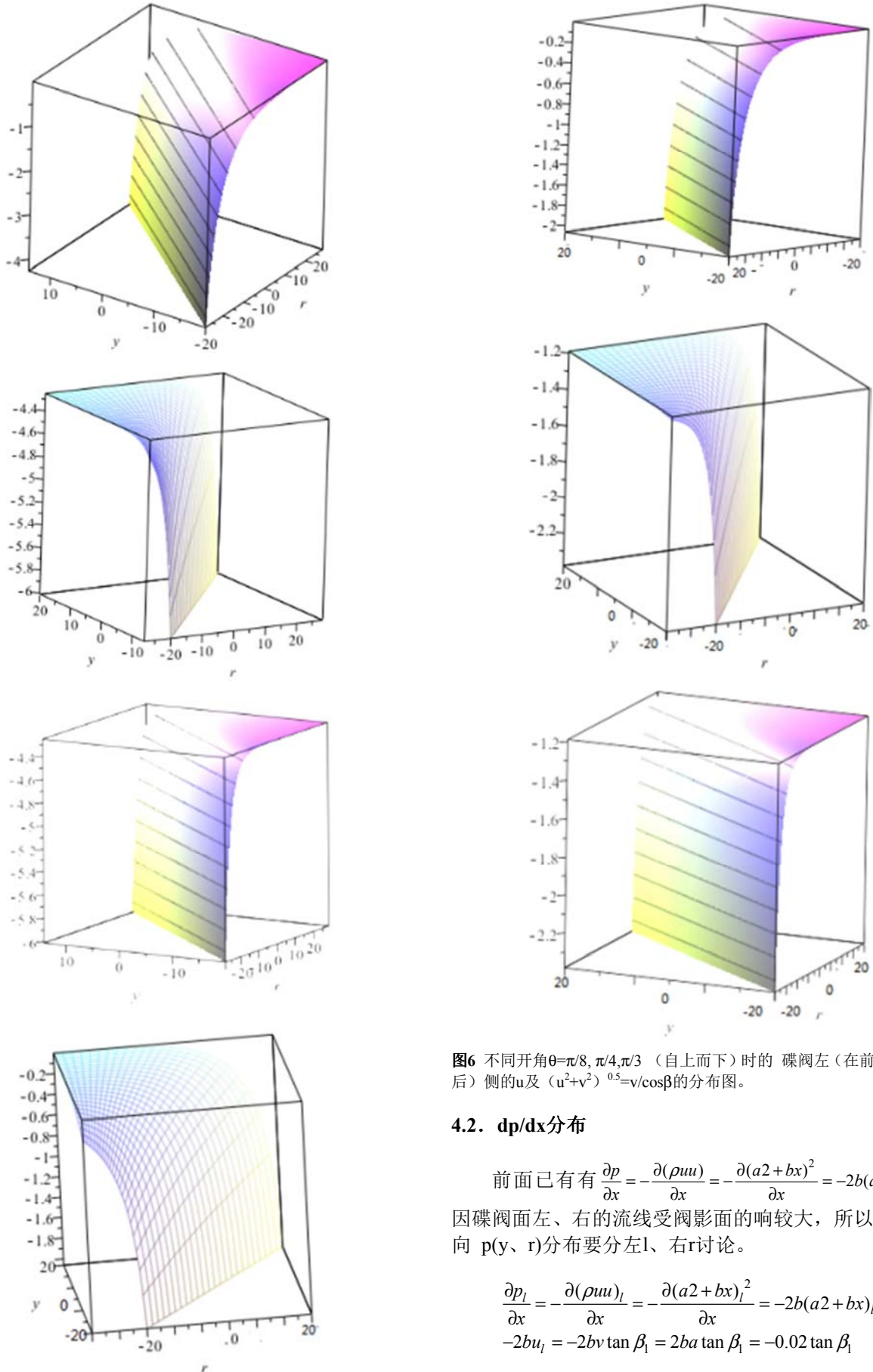


图6 不同开角 $\theta=\pi/8, \pi/4, \pi/3$ (自上而下)时的碟阀左(在前)和右(在后)侧的 u 及 $(u^2+v^2)^{0.5}=v/\cos\beta$ 的分布图。

4.2. dp/dx分布

前面已有有 $\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = -\frac{\partial(a+bx)^2}{\partial x} = -2b(a+bx)$,
因碟阀面左、右的流线受阀影面的响较大, 所以 dp/dx 及 x 向 $p(y, r)$ 分布要分左、右 r 讨论。

$$\frac{\partial p_l}{\partial x} = \frac{\partial(\rho u)_l}{\partial x} = -\frac{\partial(a+bx)_l^2}{\partial x} = -2b(a+bx)_l = -2bu_l = -2bv \tan \beta_l = 2ba \tan \beta_l = -0.02 \tan \beta_l \quad (21)$$

$$\frac{\partial p_r}{\partial x} = -\frac{\partial(\rho u u)_r}{\partial x} = -\frac{\partial(a2+bx)_r^2}{\partial x} = -2b(a2+bx)_r \quad (22)$$

$$= -2bu_r = -2bv \tan \beta_2 = 2ba \tan \beta_2 = -0.02 \tan \beta_2$$

上述各式的单位为N/cm³。现b,β和u已知, dp/dx 便能确定,如图7 由上至下所示不同开角θ时的左(在前)、右(在后) dp/dx (y、r) 的分布。

在顶点处β=0, 故dp/dx=0, 在碟阀面上, 即对角线上, dp/dx=-0.02tanθ N/cm³, 当θ=π/8, π/4,π/3 时, 分别为-0.008、-0.02、-0.035 N/cm³。

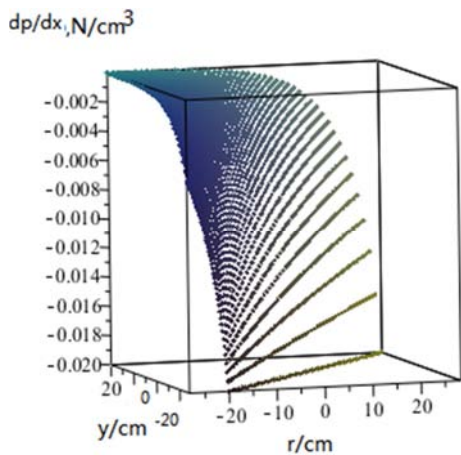
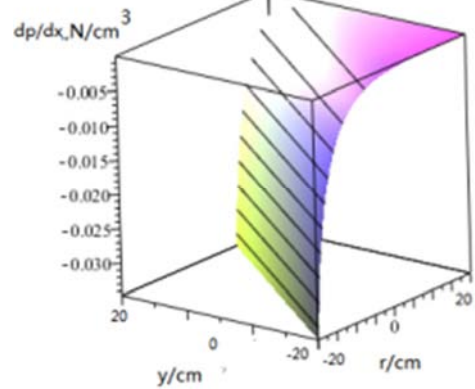
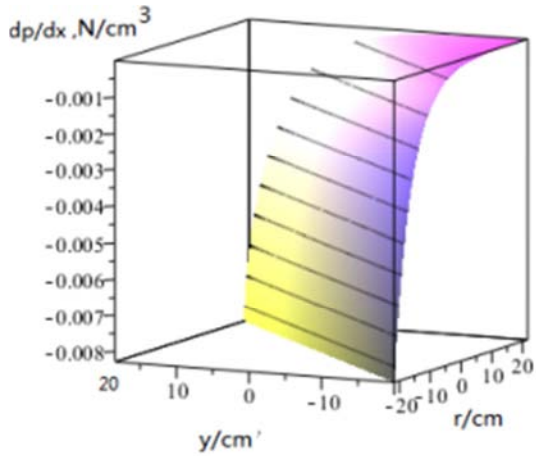
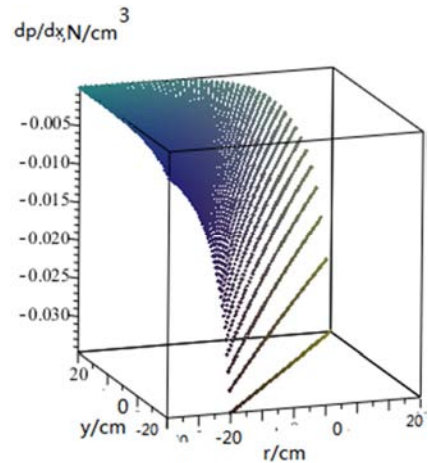
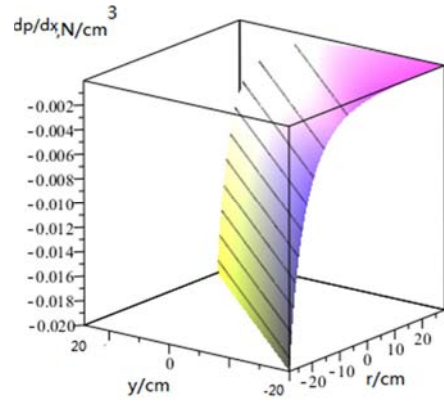
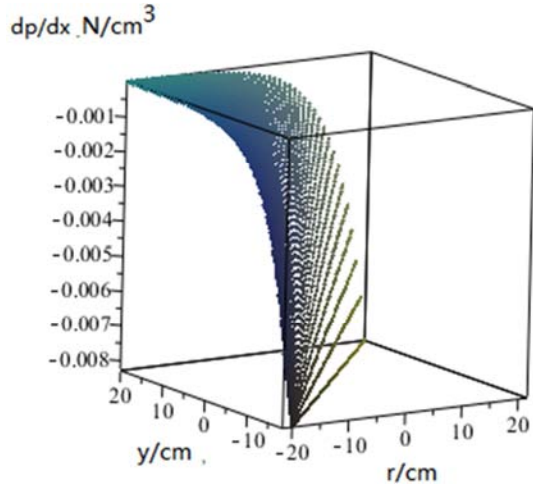


图7 不同开角θ=π/8, π/4,π/3 时的dp (y、r) /dx (N/cm³) 的分布。

4.3. x向 p(y、r)分布

dp/dx的积分也分别左、右由x=-20至0cm和0至20cm进行。再观察碟阀两侧是否 p_r(-20,y)+p_l(-20,y)=p_r(20,y)+p_l(20,y)? 于是由式(21)、(22) 分别可得:

$$\int_{-20}^0 \frac{\partial p_l}{\partial x} dx = \int_{-20}^0 2bv \tan \beta_1 dx, \quad \text{当 } \beta_1 \text{ 为常时,}$$

$$\int_{-20}^0 \frac{\partial p_l}{\partial x} dx = \int_{-20}^0 2bv \tan \beta_1 dx =$$

其中2bv=0.02(见式16)

$$2bv \tan \beta_1 \int_{-20}^0 dx = 2bv \tan \beta_1 \cdot 20$$

$$p_l(r, y) = \cos \theta p_l(x, y) = \cos \theta \int_{-20}^0 \frac{\partial p_l}{\partial x} dx = -0.02 \tan \beta_1 \cos \theta \cdot 20$$

当碟阀的开角 $\theta=0^\circ$ 时， $p_l(r, y) = \cos 0^\circ p_l(x, y) = p_l(x, y)$ 不变，所以 $\cos \theta$ 是 r 在与阀壁平行的 y 轴上的投影，因为 β_1 已包括全部 r 和 y 的 \pm 值，与 x 无关，第1个积分的上、下限沿 x 轴从 $x=-20$ 至 0 cm ，与 x 无关，这代表碟阀左侧的全部 $p_l(r, y)$ ，可用 maple 软件绘制这一分布如图8-左所示。同理有下式：

$$p_r(r, y) = \cos \theta \int_0^{20} \frac{\partial p_r}{\partial x} dx = \cos \theta \int_0^{20} 2bv \tan \beta_2 dx = -0.02 \cos \theta \tan \beta_2 \int_0^{20} dx = -0.02 \tan \beta_2 \cos \theta \cdot 20$$

其中 $\cos \theta$ 也是 r 在与阀壁平行的 y 轴上的投影，第1个积分的上、下限沿 x 轴从 $x=0$ 至 20 cm ，因为 β_2 已包括全部 r 和 y 的 \pm 值，这代表碟阀右侧的全部 $p_r(r, y)$ 。 $p_l(r, y)$ 和 $p_r(r, y)$ 的分布分别如图8-前、后所示，这两者代表整个碟阀中 x 向的压力分布。

图8由上至下分别示出碟阀不同开角 $\theta=\pi/8, \pi/4, \pi/3$ 时的前、后 p_l, p_r 与 y, r 的关系，可见， p_l, p_r 的分布沿碟阀面两侧完全对称一致。这里需指出，对 p_r 来说， y 相同时，便应将 r 符号改变其正、负号（所示的 p_r 的分布图中已改），这才有 $p_r(-20, y) + p_l(-20, y) = p_r(20, y) + p_l(20, y)$ ，同一水平面上，碟阀两侧无 x 向的压力差，即 $\Delta p(x \pm 20, y) = 0$ 。

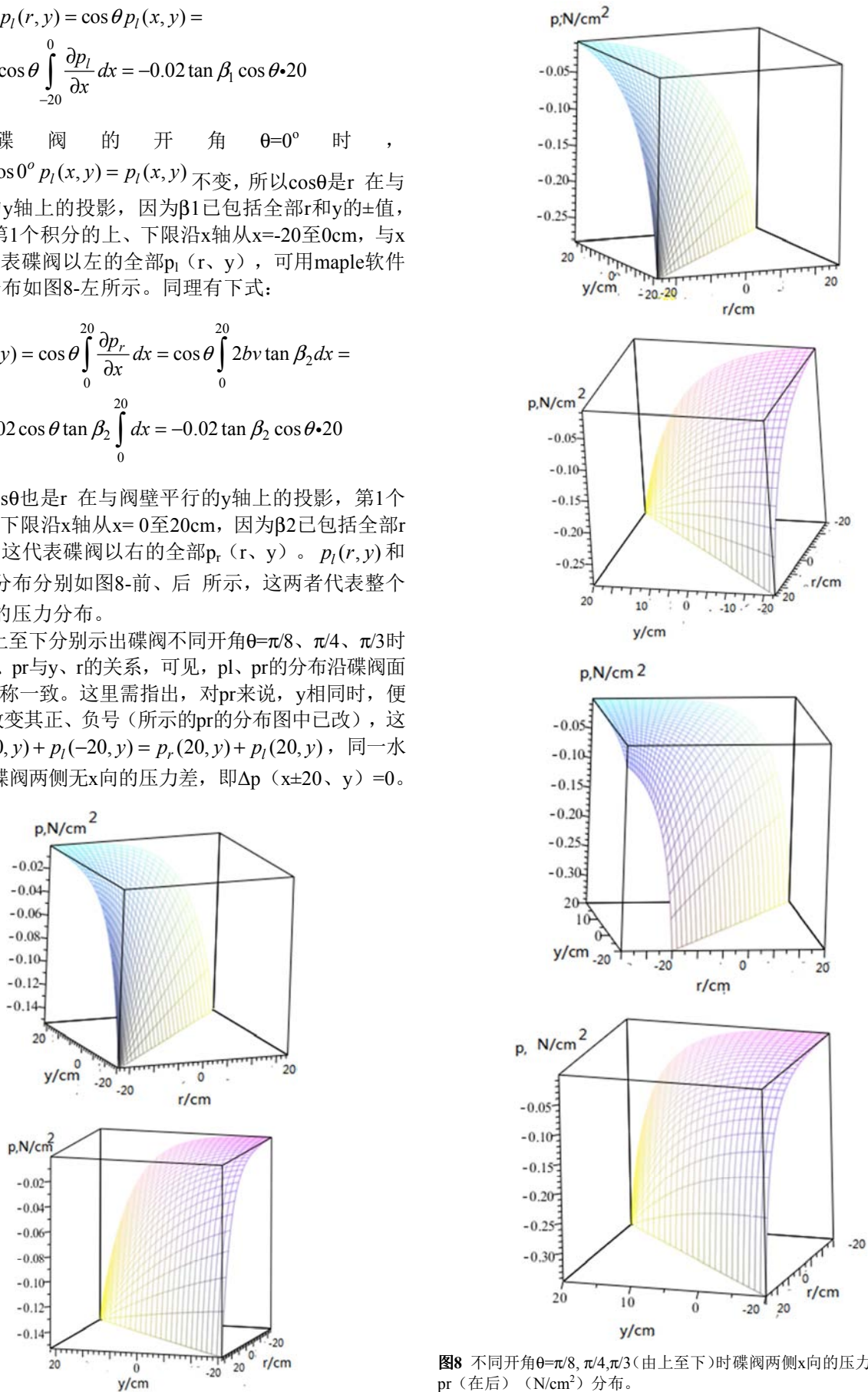


图8 不同开角 $\theta=\pi/8, \pi/4, \pi/3$ (由上至下) 时碟阀两侧 x 向的压力 p_l (在前)、 p_r (在后) (N/cm^2) 分布。

5. 边界层对流速的影响

5.1. 圆管紊流的壁面的边界层

圆管紊流的壁面也存在粘性层, $v=99\%v_{max}$ 的地方称为边界层的外边界[2], 该处到壁面的距离定义为边界层的厚度, 记作 δ , 可按经验公式 $\delta = 0.37l(\eta / l v_0)^{0.2}$, 计算其厚度。

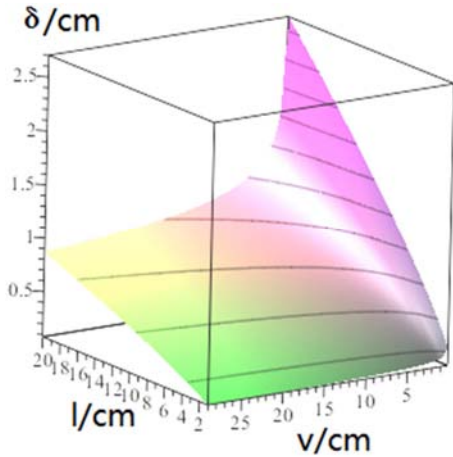


图9 边界层的厚度与v、l关系。

因蝶阀的半径为20cm, 设 $l=20\text{cm}$, 已知水的运动粘度 $\eta=1.3\text{mPas}=1.3\times 10^{-2}\text{g/cm}^2\text{s}$ (10°C) [2]此时边界层的厚度, 如图9所示, 此时 v 取正值。

由图9 可见, 只有当流速小于1cm/s以下时, 边界层的厚度才会大于1.5cm。对于 $r=20\text{cm}$ 的大型蝶阀, 当开角 θ 为 $\pi/8$ 、 $\pi/4$ 、 $\pi/3$ 时纵向流速 v 分别为 -29、-4.25、-1.19cm/s, 沿园柱面壁上的边界层的厚度几乎可忽略。沿蝶阀面的速度矢量模 $(u^2+v^2)^{0.5}=v/\cos\beta$ 分别为 -31.5、-6.0、-2.3 cm/s, 沿蝶阀面的边界层的厚度也可忽略。

5.2. 园管紊流的速度分布

边界层厚度沿流向是变化的, 在人口处, 边界层尚未形成, $\delta=0$, 随着流 向长度的增加, 边界层的厚度逐渐增大。考虑园管紊流的速度分布时应与边界层的厚度有关。

普朗特和卡门根据大量的实验资料, 提出圆管紊流的速度分布为下式 (由文献[2] 转引) :

$$v/v_{max} = h / r_0 = (r_0 - r / r_0) = (1 - r/r_0)^n,$$

$n=1/6\sim 1/10\approx 0.1\sim 0.16$, $r-r_0$ 是 r 点的壁面坐标 h 。文献[2] 报道, n 取值与雷诺系数 Re 有关, 如表1 所示。 r_0 是圆管半径, r 是所考虑点到壁面的距离。

表1 n与雷诺系数Re关系[2]。

Re	4.0×10^3	2.3×10^4	1.1×10^5	1.1×10^6	$\geq 2\times 10^6$
n	1/6.0	1/6.6	1/7.0	1/8.8	1/10

他们的实验表明, 该关系式除了管轴附近外, 与实验结果基本相符[2]。本文将该式作成图10-后所示, $v_{max}=29\text{cm/s}$ 时, 横坐标 $n=0.1\sim 0.16$, 流速从壁面

($r_0=20\text{cm}$) 处的零快速升至 29cm/s , 不存在明显边界层。为了与壁面的边界层经验公式 $2] \delta = 0.37l(\eta / l v_0)^{0.2}$ 相一致, 本文提出不同的经验式: $v/v_{max} = 1 - (r/r_0)^n, n\approx 40$, (v 和 v_{max} 都取绝对值) 如图10-前 所示, 此时 $v_{max}=v_0=29\text{cm/s}$, 横坐标 $n=40\sim 41$, 流速从壁面($r_0=20\text{cm}$) 处的零慢慢升至 29cm/s , 存在明显边界层 $\delta < 2\text{cm}$ 。考边界层时利用此式来计算蝶阀中的纵向流速 v 的分布, 这是对2.4节纵向均匀流速的改进。即使存在明显边界层但也不改变流线及其流向角, 因此, 流向角图5仍有效。

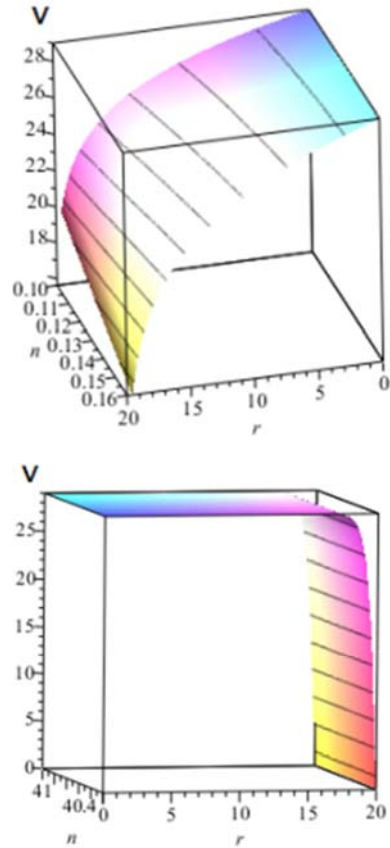


图10 用不同的 v/v_{max} 经验式时蝶阀中的纵向流速 v 的分布。

考虑边界层对流量的影响时, 通过蝶阀的纵向流量 Q 为

$$Q = \int_0^{20} 2\pi r v dr = 2\pi v_0 \int_0^{20} [1 - (r/r_0)^{40}] r dr = -1.359911125 \cdot 10^{-53} v_0 r^{42} + 3.140000000 v_0 r^2 \Big|_0^{20},$$

如图11-左所示。

如果蝶阀的纵向流速 v 是均匀的话, 则

$$Q = \int_0^{20} 2\pi r v dr = 2\pi v_0 \int_0^{20} r dr = 3.14 v_0 r^2 \Big|_0^{20},$$

如图11-右所示。由图11可见, 当 v_0 一致时, 前者流量略比后者小 $1/100\text{cm}^3/\text{s}$ 。所以边界层对流量、流速 v 和 u 、 dp/dy 、 dp/dx

及压力分布的影响可忽略, 4.2节及以上各节的讨论成立,

只是流量系数 α 由理想值0.7稍有减少而已。

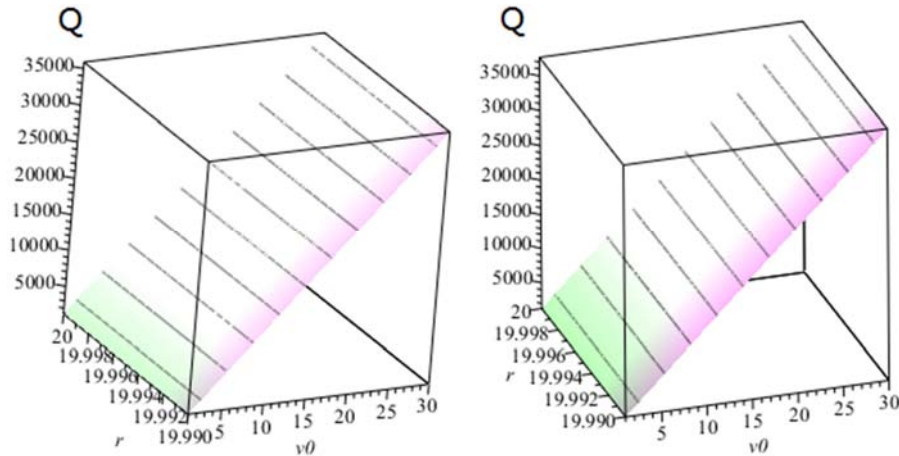


图11 边界层有(左)、无(右)对通过碟阀的流量Q的影响。

6. 结论

本文中用式 $Q = Q_{\max} \times 2000^{-\theta/\theta_{\max}}$ 来描述流量与碟阀开角 θ 的关系。

因为流线的流函数 ψ 为常数, 本文以流线为基础对流速和压力进行讨论, 所设的流函数 ψ 可证明它满足流函数方程, 并根据流函数的定义, 得到流速的纵向 v 和横向 u 的两个分量的二阶多项式的待求值。对于碟阀来说, 又根据过两点的任意一条线的流量等于通过这两点的流线的流函数 ψ 值的差, 又证明此流函数与 y 无关, 于是 v 简化为 x 的一阶多项式。因为沿碟阀的纵向流量只与纵向流速 v 有关, 于是依据伯努利方程得到 $\Delta p = 0.4N/cm^2$ 时不同开角 θ 时的流量 Q 与 v 关系, 如图3所示。

本文提出, 对碟阀左、右两侧用以下流向角两式 $\beta_1 = \theta n^{-(y-r \cos \theta)}$ 和 $\beta_2 = \theta n^{(y-r \cos \theta)}$ 可同时满足两端和两壁和碟阀面流向角边界条件, 又用Maple 软件分别绘制出碟阀不同开角 θ 时左、右两侧流向角 β_1 和 β_2 与 y 和 r 的关系图。从 $\beta_1 = 0^\circ$ 或 $\beta_2 = 0^\circ$ 分别到沿碟阀上下表面的流向角 $\beta_1 = \theta$ 和 $\beta_2 = \theta$ 存在 y 或 r 上一小段的过渡区, 这与流线离开碟阀面后发生转弯后在 y 或 r 上一小段出现过渡区一致。

流线的切线斜率 $\tan \beta = u/v$ 。当已求得 v 后, 可求得碟阀左和右两侧的 $u = v \tan \beta$ 及 $(u^2 + v^2)^{0.5} = v / \cos \beta$ 的分布图。

根据伯努利方程, 由流量 Q 确定一定面积的碟阀两端压力差 Δp , 又根据简化的纳维-斯托克斯(Navier-Stokes)方程, 确定压力梯度 dp/dy , 和 dp/dx 和 x 向 $p(y, r)$ 分布, 并证明同一水平面 y 上, 碟阀两侧无压力差, 即 $\Delta p(x = \pm 20\text{cm}, y) = 0$ 。完成了大型碟型阀门中流场的分析, 得到 v 、 u 、 dp/dy 、 $p(y, r)$ 、 dp/dx 、 $p(x, r)$ 的分布图。

考虑了边界层对流量的影响, 为了与壁面的边界层经验公式 $\delta = 0.37l(\eta/lv_0)^{0.2}$ 相一致, 提出与文献报道的圆管紊流的速度分布式: $v/v_{\max} = (1 - r/r_0)^n$, $n = 0.1 \sim 0.16$, 不同的经验式: $v/v_{\max} = 1 - (r/r_0)^n$, $n = \sim 40$, 并作图, 由图可见, 流速从壁面($r_0 = 20\text{cm}$)处的零快速升至 v_{\max} , 不存在明显边界层 $\delta < 2\text{cm}$ 。当 v_{\max} 一致时, 流量几乎不变,

所以边界层对流量、流速 v 和 u 、 dp/dy 、 dp/dx 及压力分布的影响可忽略。

参考文献

- [1] 明赐东, “调节阀的选型计算”(M), 成都科技大学出版社, 1996.
- [2] 莫乃榕 “水力学简明教程”(M), 武汉:华中科技大学出版社, 2008.
- [3] 怀特. 粘性流体力学. 魏中寿, 甄思森译. 北京:机械工业出版社, 1982.
- [4] 莫乃榕, 愧文信. 流体力学水力学版解. 武汉:华中科技大学出版社, 2002.
- [5] 邓业民, 孔晓武, 邱敏秀, 魏建华. 先导式大流量高速开关阀的优化设计, 《机械设计》2010, 27(9):84-87.
- [6] 孟爱红, ESC液压执行机构压力精确控制研究, 清华大学博士论文2014.
- [7] 沈新福, 李江莉, 李增珍, 陆冰, 一种新型电动蝶阀调节特性的数值计算, 实验研究[J] 液压与气动, 2006(5)47-49.
- [8] 刘学盼, 陆晓峰. 汽轮机进气缸内复杂流场的三维数值分析[J] 南京工业大学学报(自然科学版) 2009, 31(5) 106-110.
- [9] Changwei Yang, Xiwen Zhang, Zhaohui Yao et al, The Large Eddy Simulation and Stability Analysis of Flow Field in a Generic Cabin. Journal of Mechanical Science and Technology Procedia Engineering 121 (2015) 1749-1756.
- [10] Maple software 17, A product of the Maple company, Canada.
- [11] CFD-ACE Theory Manual [M]. CFD Research Corporation, Huntsville, AL, Ver. 4.0, Feb. 1998.
- [12] Bird G A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows [M]. London: Oxford Univ. Press, 1994.

- [13] Pfahler J. Liquid Transport in Micro and Submicro Channels [J]. Sensors and Actuators, 1999, A21-23:431-434.
- [15] Herbert Oertel (Ed.) Prandtl–Essentials of Fluid Mechanic, Springer Press, 2009.
- [14] Francais O, Dufour I. Dynamic simulation of an electrostatic micropump with pull-in and hysteresisphenomena[J]. Sensors and Actuators, 1995, 70: 55-60.
- [16] Pierre Saramito, Complex fluids, Modeling and Algorithms, Springer Press, 2016.