



# Fitting a Cardiac Cycle of Left Ventricular Blood Pressure Curve

Sun Bing<sup>1</sup>, Tian Feng<sup>2</sup>, Liu Li<sup>2</sup>, Zhang Yan<sup>2</sup>, Qi Jingai<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Tianjin Metrology Supervision and Testing Science Research Institute, Tianjin, China

<sup>2</sup>University Office, Information College, Hebei University of Technology, Tianjin, China

## Email address:

sychebut@126.com (Sun Bing)

## To cite this article:

Sun Bing, Tian Feng, Liu Li, Zhang Yan, Qi Jingai. Fitting a Cardiac Cycle of Left Ventricular Blood Pressure Curve. *Asia-Pacific Journal of Computer Science and Technology*. Vol. 1, No. 1, 2019, pp. 8-14.

**Received:** December 10, 2018; **Accepted:** January 16, 2019; **Published:** February 20, 2019

**Abstract:** The left ventricular blood pressure curve of one cardiac cycle of an actual heart is known, and its blood pressure curve is fitted by the fuzzy control of three elements. According to the characteristics at the time points on the curve of blood pressure, after divided into five sections, it could be fitted. When using a three-element-controlled fuzzy fit, the curve is expressed as  $y(x)=c_2x^2+c_1x+c_0$ , where  $c_i$  is the constant to be solved, and because of the three unknown  $c_2$ ,  $c_1$ ,  $c_0$ , there must be 3 constraints. If we know the three coordinate points on the distribution curve and slope  $m_1$  on the initial segment, When  $y(x)=c_2x^2+c_1x+c_0$  is expressed in a matrix, then the inverse of it can be obtained. Thus, we can get the expression  $y=f(x)=f(x_1, y_1, x_2, y_2, m_1)$ . In the Maple software environment, entering the expression  $f(x_1, y_1, x_2, y_2, m_1)$  and  $x_1, x_2, y_1, y_2, m_1$ , then could get the  $y=f(x)$  expressions and plot their graphs. The fitting results of  $y=f(X)$  expressions for the 5 periods are shown in table 3 and after observed fitting effect of the three control elements, the visual effect on the curve is still well as possible. The maximum and the minimum blood pressure in the left ventricle are 120 and 1.5 mm Hg, respectively, and the resulting expression  $y=f(x)$  for each segment can be put into practical use for electrostatic excitation of aorta electrostatic pumps.

**Keywords:** Blood Pressure Curve of Heart, Three-Element Controlled Fuzzy Fit, Electrostatic Blood Pump and Valve, Inversion, Two Order Polynomial

## 一个心动周期的左心室血压变化曲线的拟合

孙冰<sup>1</sup>, 田丰<sup>2</sup>, 刘丽<sup>2</sup>, 张妍<sup>2</sup>, 齐景爱<sup>2</sup>

<sup>1</sup>天津市计量技术研究院电学室, 天津, 中国

<sup>2</sup>河北工业大学校机关和信息学院, 天津, 中国

## 邮箱

sychebut@126.com (孙冰)

**摘要:** 已知实际心脏的一个心动周期的左心室血压变化曲线, 利用三控制要素的模糊拟合其血压变化曲线。根据血压变化曲线上的特征点的时间, 分成5段进行拟合。使用三要素控制的模糊拟合时, 将曲线表达成  $y(x)=c_2x^2+c_1x+c_0$  其中  $c_i$  是待求的常数, 因有三个未知数  $c_2$ 、 $c_1$ 、 $c_0$ , 因此必须有3个限定条件。如已知分布上的2坐标点以及起始段斜率  $m_1$ , 用用矩阵表示后, 再求其逆就可以得到  $y=f(x)=f(x_1, y_1, x_2, y_2, m_1)$  表达式。在Maple软件环境中, 输入此表达式  $f(x_1, y_1, x_2, y_2, m_1)$  和  $x_1, x_2, y_1, y_2, m_1$ , 就可得到  $y=f(x)$  表达式并绘制成曲线图。拟合的结果如表3所示5个时段的  $y=f(x)$  表达式, 还观察了三控制要素拟合效果, 从目视曲线效果来看还是可以的。左心室的最高和最低血压分别为120和1.5mmHg, 因此所得各段表达式  $y=f(x)$  可以实际应用于主动脉静电泵的静电激励。

**关键词：** 心脏的血压变化曲线，三控制要素的模糊拟合，静电血泵与阀，反演，二阶多项式

## 1. 引言

心脏的结构与血压如图1所示。心脏包括瓣膜及四个腔。四个腔包括：左心房、左心室、右心房、右心室，左右心房及心室间互不相通。瓣膜包括：三尖瓣、二尖瓣、肺动脉瓣、主动脉瓣，瓣膜的功能是防止心房和心室在收缩或舒张时出现血液反流。左心室收缩，泵血经主动脉瓣入主动脉，靠左心室收缩产生的压力使血流经过各动脉分

支到达各组织器官的小分支和毛细血管经上下腔静脉回到右心房，右心房在舒张时通过三尖瓣供给右心室，右心室收缩时血冲开肺动脉瓣进入肺动脉，血在肺内毛细血管进行气体交换后，回到肺静脉，返回左心房，左心房在心室舒张时冲开二尖瓣进入左心室，完成一轮循环，并准备第二轮心室收缩。左右心室收缩舒张是同步的，每次左，右心室排出的血量一样多，这就是一次心跳的全过程。

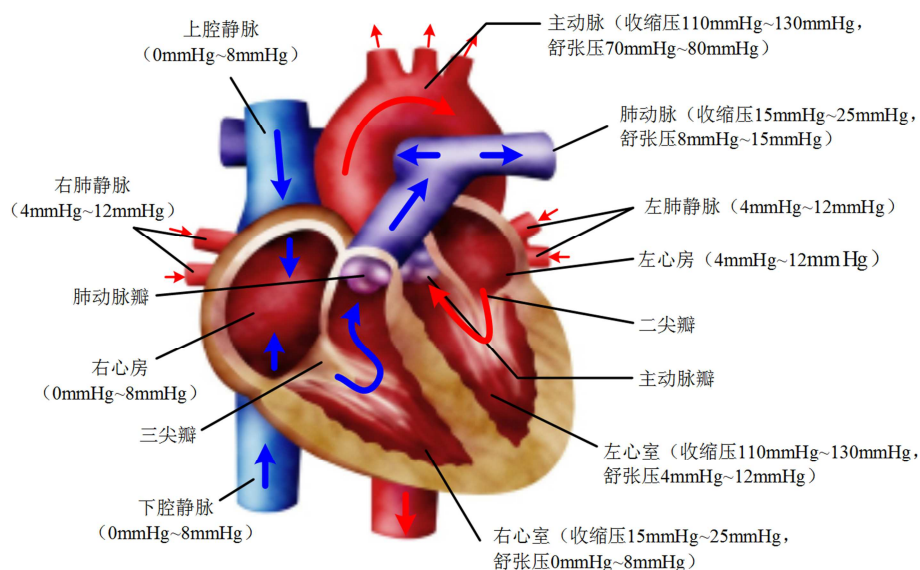


图1 心脏的结构与血压分布。

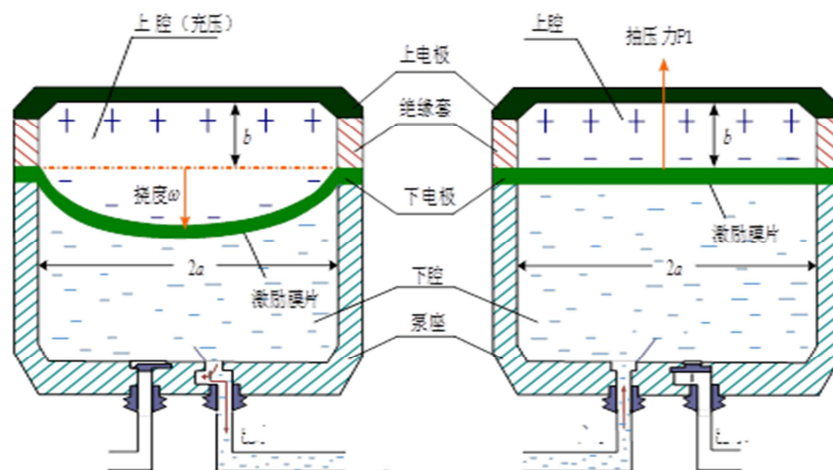


图2 静电泵的泵血(左)和进血原理(右)。

文献认为心脏的泵血机制与液压泵相近似，可以用静电泵替代心脏完成心脏的泵血过程，弹性膜下弯时泵血，弹性膜上翘时进血，如图2所示，详细的分析请参考[1]。因为静电泵弹性膜翻动的频率很容易由电路实现。所以心脏的二尖瓣和三尖瓣、主动脉瓣和肺动脉瓣可分别用静电泵及单向最低压力阀代用之[1]。主动脉静电泵用于心脏手术时替代左心室二尖瓣泵血和进血[1]与本文有关。而替代

三尖瓣、主动脉瓣和肺动脉瓣的静电泵和机械阀宜另文讨论。实际心脏的一个心动周期的左心室血压变化曲线如图3所示[1-11]，横坐标是时间，纵坐标是血压。图中标记了各瓣的开和关的时间点。横坐标起始段是舒张期的末了段，接着是收缩期，再接着是舒张期末了。静电泵依靠静电激励大小随时间合理循环变化，导致与实际心脏的一个心动周期的左心室血压变化一样的曲线。静电激励的循环变化

需要由单片机完成，首先要有与心动周期的左心室血压变化一样的输入信号，然后才能得到合适的静电激励的控制电压、电流。本文利用三要素控制的模糊拟合[12]一个心动周期的左心室血压变化曲线。

2. 三要素控制的模糊拟合一个心动周期的左心室血压变化曲线

2.1. 心动周期的左心室血压变化曲线

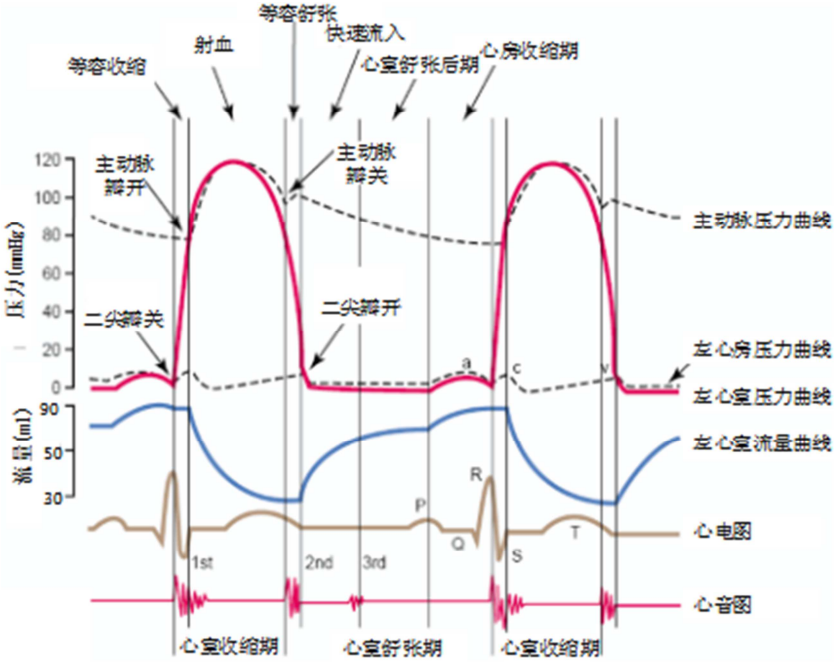


图3 实际心脏的两个心动周期的血压变化曲线[1-11]。

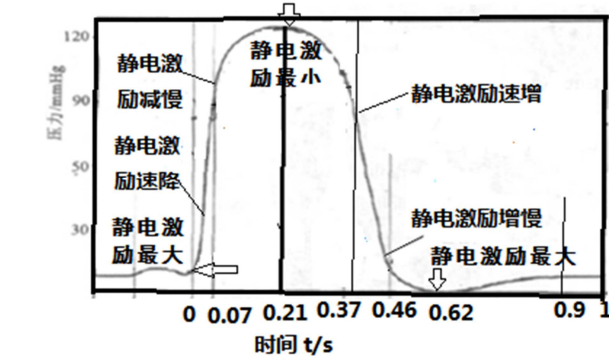


图4 主动脉静电泵的静电激励与一个心动周期的左心室血压变化曲线之关系。

实际心脏的左心室两个心动周期的血压变化曲线如图3所示的中间有两个子弹头似凸起的连续曲线[1-11](图3右侧已作标记)。文献认为，心脏手术时，左心室的二尖瓣可用主动脉静电泵代用之[1]，其出口以给主动脉供血，主动脉静电泵的入口则接肺静脉。静电激励反复变化，导

致可动膜反复下弯和上翘,于是不断泵血和进水。图4是主动脉静电泵的静电激励与一个心动周期的左心室血压变化曲线之关系，图中标记了曲线上静电激励最大和最小等的特征点，以便拟合曲线。

2.2. 一个心动周期左心室的血压变化曲线上特征点的坐标值

图4所示一个心动周期左心室的血压变化曲线上特征点的坐标值，如表1所示。这里要说明的是表1中的x-y坐标为图2拷贝到绘图软件中的坐标。而下文中的x代表心脏跳动计时时间/sec，y代表血压/Hg。心脏跳动计时起始时间t=0（即x=0）时，此时二尖瓣关，心脏开始射血，心脏手术时文献认为可用静电泵代用之[1]。静电泵泵血时，静电泵静电激励一次最大。此时静电泵的可动膜下弯最大，x=0，开始计时。当x=1sec，一个心动周期结束。所以本文的目的就是模拟得到图4所示的一个心动周期的左心室血压变化曲线 $y=f(x)$ ，心脏手术时以供静电泵静电激励用。

表1 一个心动周期左心室的血压变化曲线上特征点的坐标值。

图2拷贝到绘图软件中的x-y坐标	x坐标	y坐标	t/sec	血压/Hg
静电激励一次最大	0	12	0	8
静电激励减慢	20	142	0.07	92
静电最小	60	183	0.21	120
静电激励增快	104	150	0.37	70
静电激励增慢	137	13	0.46	9

图2拷贝到绘图软件中的x-y坐标	x坐标	y坐标	t/sec	血压/Hg
静电激励二次最大	175	0	0.62	0
静电激励回一次最大	280	12	1.5	8

## 2.3. 三要素控制的模糊拟合原理[12]

### 2.3.1. 把一条光滑曲线函数f(x)可以表示为一n阶多项式

拟合一条光滑曲线的过程在这种意义上称为多项式模糊拟合。把函数f(x)可以表示为一n阶多项式:

$$y(x) = \sum_{i=0}^{n+1} c_i x^i \quad (1)$$

这是n+1阶拟合曲线,有n+2个未知系数 $C_{i+1}, \dots, C_0$ ,因此必须有n+2个限定条件(称为控制因素)方可惟一确定之。但是往往用n阶多项式不能严格表示一条多个峰和谷的曲线,为此需要分段拟合。如果使用三要素控制的模糊拟合就十分得心应手,此时有三个未知系 $c_2, c_1, c_0$ ,因此必须有3个限定条件。此时将确切分布的点的坐标记为: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{i-1}, y_{i-1}), (x_i, y_i), \dots, (x_n, y_n)$ 以及起始段斜率 $m_1$ , 仅此便可以拟合。例如,对某一曲线起始段,

选择3个控制因素: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), m_1$ , 便可进行拟合,然后再逐段拟合。

### 2.3.2. 三控制因素表达方式[12]

对于式(1),当n=2时有 $y(x) = c_2 x^2 + c_1 x + c_0$  其中 $c_i$ 是待求的常数。

设曲线 $y=f(x)$ 上,坐标点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 及斜率 $m_1$ 的近关系为

$$\begin{aligned} y_1 &= c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_1^2 \\ y_2 &= c_0 + c_1 x_2 + c_2 x_2^2 \end{aligned}$$

$$m = dy/dx = c_1 + 2c_2 x, \quad x=x_1 \text{ 时, 有 } m_1 = c_1 + 2c_2 x_1$$

坐标点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 及斜率 $m_1$ 是已知的数。用矩阵表示则为

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ 2x_1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

于是由下式可以得到拟合曲线的3个系数值 $C_2, C_1, C_0$ :

$$\begin{pmatrix} c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ 2x_1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ m_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{(x_2 - x_1)^2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & x_1 - x_2 \\ 2x_1 & -2x_1 & x_2^2 - x_1^2 \\ x_2^2 - 2x_1 x_2 & x_1^2 & x_1^2 x_2 - x_1 x_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ m_1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

于是有:

$$y(x) = \frac{1}{(x_2 - x_1)^2} \{ [-y_1 + y_2 + m_1(x_1 - x_2)] x^2 + [2(y_1 - y_2)x_1 + m_1(x_2^2 - x_1^2)] x + [(x_2^2 - 2x_1 x_2)y_1 + x_1^2 y_2 - x_1 x_2^2] \} \quad (3)$$

y(x)的斜率为:

$$dy/dx = \frac{1}{(x_2 - x_1)^2} \{ [2(-y_1 + y_2 + m_1(x_1 - x_2))]x + 2x_1(y_1 - y_2) + m_1(x_2^2 - x_1^2) \} \quad (4)$$

由上式可得 $x_1, y_1$ 点第1个斜率 $dy/dx|_{x_1} = \tan(\alpha)$ :

$$\begin{aligned} dy/dx|_{x_1} &= \frac{1}{(x_2 - x_1)^2} \{ [2(-y_1 + y_2 + m_1(x_1 - x_2))]x_1 + 2x_1(y_1 - y_2) + m_1(x_2^2 - x_1^2) \} \\ &= \frac{1}{(x_2 - x_1)^2} \{ m_1 x_1^2 + 2m_1(-x_2 x_1) + m_1(x_2^2) \} = m_1 \end{aligned} \quad (5)$$

这说明,  $m_1$ 确实是第一个 $x_1$ 上的斜率。由式(4)也可得第2个斜率:

$$\begin{aligned} m_2 = dy/dx|_{x_2} &= \frac{1}{(x_2 - x_1)^2} \{ [2(-y_1 + y_2 + m_1(x_1 - x_2))]x_2 + 2x_1(y_1 - y_2) + m_1(x_2^2 - x_1^2) \} \\ &= \frac{1}{(x_2 - x_1)^2} [2(y_2 - y_1)(x_2 - x_1) + m_1 x_1(x_2 - x_1)] \end{aligned} \quad (6)$$

可见第2个斜率 $m_2$ 不仅与 $(x_2 - x_1), (y_2 - y_1)$ , 还与 $m_1$ 有关。

得到 $m_2$ 后就可利用它得到 $(x_2 \sim x_3)$ 段的 $y(x) = y_{2,3}$ , 如此不断向前推进。下面写出第i-1和i间分段的拟合式[12]:

$$y_{i-1,i} = \frac{1}{(x_i - x_{i-1})^2} \{ [-y_{i-1} + y_i + m_{i-1}(x_{i-1} - x_i)]x^2 + [2x_{i-1}(y_{i-1} - y_i) + m_{i-1}(x_i^2 - x_{i-1}^2)]x + (x_i^2 - 2x_{i-1}x_i)y_{i-1} + x_{i-1}^2y_i + (x_{i-1}^2x_i - x_{i-1}x_i^2)m_{i-1} \}$$

(7)

可见由 $y_1$ 、 $y_2$ 、 $m_1$ （即 $i=2$ ）开始代入式（3、5、6）计算出 $y_{12}$ 及 $m_2$ ，再次代入式（6、7）即（ $i=3$ ）计算出 $y_{23}$ 及 $m_3$ ；……直至计算完毕 $i=n$ 。不过，这是理想的情况，计算 $m_2$ 很麻烦，不如计算新的 $m_1$ 更方便。即按（3、5、7）顺序计算，直至计算完毕 $i=n$ 。

可见，每一次计算中首先应计算 $m_1$ 。对于一个心动周期的血压变化曲线的拟合，表2示出一个心动周期的血压变化曲线上特征点的坐标差值、斜率及 $m_1$ 。

表2 一个心动周期的左心室血压变化曲线上特征点的坐标差值、斜率 $m_1$ 。

分段情况	时间/sec x1~x2	血压/Hg y1~y2	$m1=\Delta y/\Delta x$ /Hg/s	曲线特性
T1	0~0.07	8~92	1200	最陡上坡
T2前半段	0.07~0.21	92~120	168	较陡上坡
T2中间	0.21	120	0	极大值
T2后半段	0.21~0.37	120~70	-313	较陡下坡
T3	0.37~0.46	70~3	-610	最陡下坡
T4前半段	0.46~0.65	3~1.5	-9	很缓下坡
T4中间	0.65	1.5	0	有极小凹坑
T4后半段	0.65~0.9	1.5~7.0	22	缓上坡
T5	0.9~1	7~8	10	很缓上坡

註：这里的斜率 $m_1$ 按左心室血压变化曲线上、下坡分类，与表3的按段分类斜率 $m_1$ 不同。有极大和极小值时，利用二次曲线的光滑性，将上、下坡统一为一段。

2.3.3. 三控制要素拟合一个心动周期左心室的血压变化曲线全过程

由表2一个心动周期的血压变化曲线上特征点的坐标值按上节就可以对曲线进行拟合。

这里先忽视单位。绘图时将 $x$ 换成时间 $t$ ，将一个心动周期左心室的血压变化曲线按5个分段进行拟合，并把它们组合成整体，所得拟合曲线如图（5）所示。

再将一个心动周期左心室的血压变化按T1、T2、T3、T4、T5五个分段的曲线拟合过程制成表3。

表3 一个心动周期的左心室血压变化5个分段曲线上特征点上输入的 $m_1$ 及二次拟合式 $y=f(x)$ 。

时间段t/sec	输入的 $y_1,y_2$ ， 血压/mmHg	输入的 $m_1$ ， /mm Hg/s	输出的二次拟合式 $y=f(x)$
T1	0~0.07 8, 92, 输出的 $y_1,y_2$ 一致	1220	$y=-1834x^2+1220x+8$
T2	0.07~0.37 90, 70, 输出的 $y_1,y_2$ 一致	500,	$y=-1888x^2+764x+46$ 在0.2s中间有极大凸起120mmHg
T3	0.37~0.46 70, 3, 输出的 $y_1,y_2$ 一致	-620	$y=496x^2-967x+360$
T4	0.46~0.9 10,18,输出的 $y_1,y_2$ : 3,3.5	2.6	$y=35.4x^2-46x+16.2$ 在中间0.65s有极小凹坑1.5mmHg
T5	0.9~1 5.0, 8.0 输出的 $y_1,y_2$ 一致	60	$y=-300x^2-600x+292$ 最后0.98后变平坦

2.3.4. 三控制要素拟合效果

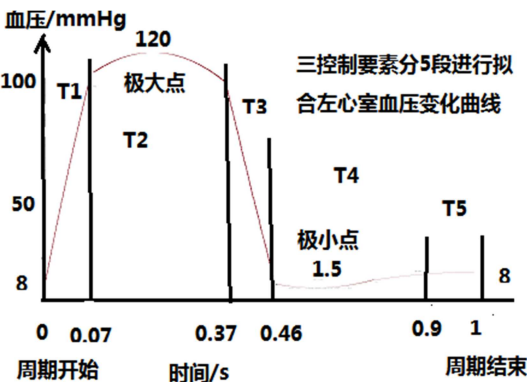


图5 三控制要素拟合一个心动周期左心室的血压变化五个分段曲线组合。

1）比较图4、5，从目视效果来看还是可以的。左心室的最高和最低血压分别为120和1.5mmHg，因此表3中所得各段表达式可以实际应用。

2）表3和2中的 $y_1,y_2$ 、 $m_1$ 两者不同，主要原因是有极大和极小值时，利用二次曲线的光滑性，将表2中的上、下坡统一为表3中的一段。这一段暨包括上、下坡也包括极大和极小值，否则分两段拟合光滑性变差，工作量增加。有极大和极小值时要保证满足左心室的血压值，虽 $y_1$ 选定，拟合时因不输入有极大和极小值，便只能调整 $y_2$ 、 $m_1$ 来使曲线园滑化。由图3可见，在极大和极小值处，曲线是光滑的。



### 3. 本文使用的计算和绘图软件

本文使用Maple软件[13-14]计算和绘图。在此Maple软件环境中，输入式（3）和 $x_1$ 、 $x_2$ 、 $y_1$ 、 $y_2$ 、 $m_1$ 、便可得到表3中的 $y=f(x)$ 表达式。具体的语句如下：

```
> restart; x1 := 0.07; x2 := 0.37; y1 := 90; y2 := 74; m1 := 500; y :=
1 / (x2 - x1) * ((-y1 + y2 - m1 * (x2 - x1)) * x^2 + (2 * x1 * (y1 - y2) +
m1 * (x2^2 - x1^2)) * x + (x2^2 - 2 * x1 * x2) * y1 + x1^2 * y2 + (x1^2 * x2 - x1 * x2^2) * m1);
```

便可得到表3中的 $y=f(x)$ 表达式。对于第2段，则有 $y=-1844.4x^2+758.2x+45.96$

再输入绘图语句：Plot({y}, x=0.07..0.37, Title=T2)，便可绘出第2段的如图6左曲线。对于4段，则有 $y=35.41x^2-46.05x+16.3$

再输入绘图语句：Plot({y}, x=0.46..0.9, Title=T4)，便可绘出第4段的如图6右曲线。

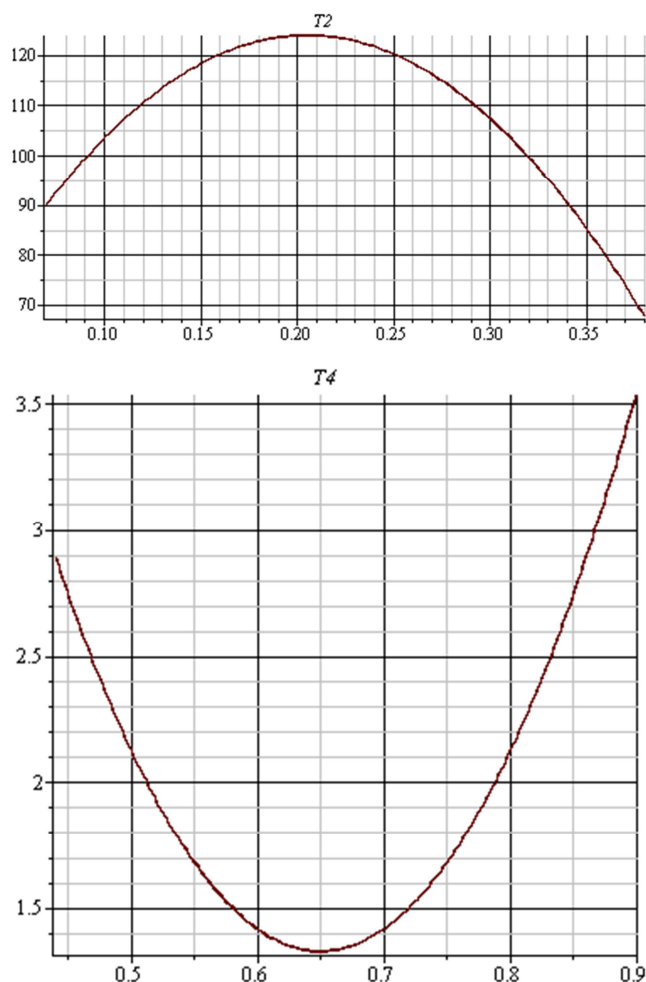


图6 三控制要素拟合一个心动周期左心室的血压变化第2、4分段曲线。

### 4. 结论

已知实际心脏的一个心动周期的左心室血压变化曲线，利用三控制要素的模糊拟合其血压变化曲线。根据血

压变化曲线上的特征点的时间，分成5段进行拟合，就可得到左心室血压变化曲线 $y=f(x)$ 二阶多项式表达式并绘制成曲线图。从目视比较两种曲线来看拟合效果还是可以的。左心室的最高和最低血压分别为120和1.5mmHg，因此所得各段表达式 $y=f(x)$ 可以实际应用于主动脉静电泵的静电激励。

### 参考文献

- [1] 孙冰、田丰、刘远鹏、刘丽、齐景爱,心脏手术代用静电泵与阀的结构参数设计.[J].传感器世界, 2018, 3(24):19-25。
- [2] 孙冰、田丰、刘远鹏、齐景爱、高金雍, 微小型静电泵的设计(1) [J].传感器世界, 2016, 7(22):25-30。
- [3] 孙冰、田丰、刘远鹏、齐景爱、高金雍, 微小型静电泵的设计(2) [J].传感器世界, 2016, 8(22):11-15。
- [4] 孙冰、田丰、刘远鹏、齐景爱、高金雍, 微小型静电泵的设计(3) [J].传感器世界, 2016, 9(22):25-30。
- [5] Xueen Yang, Alexander Hölke, Martin Schmidt, An electrostatic, on/off MEMS valve for gas fuel delivery of a micro engine, Journal of Microelectromechanical Systems 13(4):660- 668, September 2004.
- [6] 武文芳, 吴兵, 人工心脏的历史及研究进展, 中国医学装备, 2008(5):72-77。
- [7] Karolina M .Zareba: The artificial heart-past present, and future [J]. Med Sci Monit} 2002, 8 (3):55—58.
- [8] 闫翻宇, 施光林, 心脏的一种建模新方法及仿真, 计算机仿真, 2011, 11, V.28(11), 262-266。
- [9] 茹伟民, 曾培, 袁海宇, 陈锁成, 国内首例自制叶轮血泵作双心室辅助的临床试用, 中国胸心血管外科临床杂志, 1998(3)129-130。
- [10] 王海杰, 谭玉珍.实用心脏解剖学[M].上海:复旦大学出版社, 2007。
- [11] Jayne A D Fawcett.轻松血流动力学监护[M].北京:北京大学医学出版社, 2008。
- [12] 孙以材、刘新福、孟庆浩, 传感器非线性信号智能处理与融合[M], 北京, 冶金工业出版社, 2010。

[13] Maple软件, Canadian Maple company出品。

[14] 孙以材、孟庆浩、孙冰, Maple软件在工程计算中应用, 天津大学出版社, 2017。