

# Evolutionary Game Analysis of the Incentive Salary System for University Teachers

Guoshun Ma, Lin Zhao \*

Department of Mathematics, Northwest Normal University, Lanzhou, China

## Email address:

guoshunma@163.com (Guoshun Ma), linerzhao@foxmail.com (Lin Zhao)

\*Corresponding author

## To cite this article:

Guoshun Ma, Lin Zhao. Evolutionary Game Analysis of the Incentive Salary System for University Teachers. *Asia-Pacific Journal of Mathematics and Statistics*. Vol. 1, No. 1, 2019, pp. 7-12.

Received: February 21, 2019; Accepted: March 29, 2019; Published: May 8, 2019

**Abstract:** In order to research the effect of incentive and non-incentive salary system on the work efficiency of university teachers, in this paper, the evolutionary game model between salary system and the effort of teacher is established by using the evolutionary game theory, and the influence of the change of relevant parameters on the game model is analyzed. The results show that the incentive salary system has a positive impact on the work of university teachers, so the implementation of incentive compensation system can improve and promote the construction of colleges and universities and the cultivation of talents. Finally, some suggestions on how to implement the teacher-motivated compensation system are put forward.

**Keywords:** University Teachers, Incentive Compensation System, Evolutionary Game, Replicator Dynamic Equation, Evolutionary Stability Strategy (ESS)

## 高校教师激励型薪酬制度的演化博弈分析

马国顺, 赵琳\*

西北师范大学数学系, 兰州, 中国

## 邮箱

guoshunma@163.com (马国顺), linerzhao@foxmail.com (赵琳)

**摘要:** 为了研究高校教师激励型与非激励型薪酬制度对高校教师工作效率的影响, 本文采用演化博弈理论的方法建立了薪酬制度与教师努力程度之间的演化博弈模型, 分析了相关参数变化对博弈模型的影响。结果显示, 激励型薪酬制度对高校教师的工作有积极影响, 因此实行激励型薪酬制度对当今高校建设及人才培养具有推动和促进作用。最后对如何更好地实行教师激励型薪酬制度提出了几点建议。

**关键词:** 高校教师, 激励型薪酬制度, 演化博弈, 复制者动态方程, 演化稳定策略 (ESS)

## 1. 引言

面对日益激烈的全球化竞争格局, 建立和完善高校教师薪酬制度, 提高教师工作积极性, 从而提高高校管理水平和办学质量, 已经成为当今世界高等教育的重要话题。我国高校要在全球化竞争中赢得竞争优势并提升核心竞

争力, 就要建立健全符合以知识创新和学术发展为基本价值取向的、体现公平并具外部竞争性的保障性高校教师薪酬体系。

国内学界对我国高校教师薪酬现状开展了深入的调查研究, 据此进行了理论探讨并提出了相应的对策建议, 这对我国建立更为合理、有效的高校教师薪酬体系具有重

要意义。高功敏[1]等人研究指出激励型薪酬模式代表着高校薪酬制度改革的新方向, 并根据公平性、竞争性、层次性、动态性和民主性的原则, 运用有关薪酬激励理论提出了高校教师薪酬体系的设想; 杜威漩[2]从博弈论的角度提出了构建多元化的高校教师有效激励机制, 从而提高高校教学质量; 张骏[3]通过分析教师群体的非理性行为, 从而提出建立健全高校教师激励机制的措施和建议; 王克振, 王瑞祥[4]对按职付酬和按绩付酬的报酬体系进行了数据分析, 发现二者各有优缺点, 高校薪酬体系应将二者结合起来, 制定切实可行的激励模式; 赵德平[5]研究指出高校教师薪酬激励感知对于其工作绩效有显著的影响; 张宝玲、李勇[6]通过委托代理理论建立博弈模型深入探讨了激励高校教师努力工作的薪酬设计所必须满足的条件及关键的影响因素, 其中为高校教师提供富有竞争力的薪酬是重要因素之一。

欧美发达国家对高校教师薪酬制度进行了不同模式的改革探索, 其经验可为我国高校教师薪酬制度改革提供有益的借鉴。Kerr[4]针对高校对教学进行付酬而不对科研进行付酬的经济原因进行了分析, 并且Lamb[4]等人的研究结果显示高校教师的薪酬制度容易造成平均主义, 这在很大程度上会打击高校教师的工作积极性与创新精神, 不利于激励体系的发展。

从以上综述可以看出, 多数文献偏重于从薪酬制度改革, 制度的公平性原则, 影响因素, 教师群体的非理性行为等方面进行深入的分析, 从而为建立健全高校教师薪酬制度提出相关的设计方案。现行的很多高校教师薪酬制度均是以年功工资(年功工资的特点是以工龄和资历来决定工资水平)和职称等级工资制[1](它主要是国家和政府政策性的工资收入以及校内津贴中的岗位津贴收入)为主, 而高效教师薪酬制度改革的方向是以为人为本, 则激励型薪酬模式将是高校教师薪酬制度发展的新目标, 但其缺乏必

要的理论支持来说明激励型教师薪酬对教师工作的影响。本文通过建立演化博弈模型, 分析高校教师激励型薪酬制度的演化路径, 希望能为相关的研究提供新的思路。

## 2. 高校教师激励型薪酬制度的演化模型

### 2.1. 模型假设

假设校方在激励型薪酬制度下的总投入  $M_1$ , 在非激励型薪酬模式下的总投入是  $M_2$ ; 校方在实行激励型薪酬制度与非激励型薪酬制度时, 教师如果努力工作, 则会给学校带来额外收益(比如: 声誉, 地位, 生源等等), 分别记作  $W_1, W_2$ ; 教师的基本薪酬为  $C_0$ ; 在激励型薪酬制度下校方的激励成本为  $C$ ; 教师在努力的情况下获得的激励薪酬为  $f_1$ , 在不努力情况下获得的激励薪酬为  $f_2$ ; 当教师在不努力工作的情况下, 可能会干一些其他的有利于个人而对学校没有意义的事情, 从而获得一些额外收益, 在两种制度下额外收益的值也不同, 分别记作  $R_1, R_2$ 。

通过对以上基本量的假设我们可以得到: 校方实行激励型薪酬制度时, 教师在努力工作的情况下, 学校所得的收益为  $M_1 - C_0 - f_1 - C + W_1$ , 教师所得的收益为  $C_0 + f_1$ ; 教师在不努力工作的情况下, 学校所得的收益为  $M_1 - C_0 - f_2 - C$ , 教师所得的收益为  $C_0 + f_2 + R_1$ 。校方实行非激励型薪酬制度时, 教师在努力工作的情况下, 学校所得的收益为  $M_2 - C_0 + W_2$ , 教师所得的收益为  $C_0$ ; 教师在不努力工作的情况下, 学校所得的收益为  $M_2 - C_0$ , 教师所得的收益为  $C_0 + R_2$ 。通过上述的假设与分析, 可以得到高校教师薪酬制度的支付矩阵, 见表1。

表1 高校教师薪酬制度支付矩阵。

		教师			
		努力( $p$ )	不努力( $1-p$ )		
校方	激励型薪( $q$ )	$M_1 - C_0 - f_1 - C + W_1,$	$C_0 + f_1$	$M_1 - C_0 - f_2 - C,$	$C_0 + f_2 + R_1$
	非激励型薪酬( $1-q$ )	$M_2 - C_0 + W_2,$	$C_0$	$M_2 - C_0,$	$C_0 + R_2$

### 2.2. 模型建立

假设在自然状态下激励型薪酬制度和非激励型薪酬制度下的教师基本工资  $C_0$  是一致的, 因此表1.高校教师薪酬制度支付矩阵可以简化为表2。

表2 高校教师薪酬制度支付矩阵。

		教师			
		努力( $p$ )	不努力( $1-p$ )		
校方	激励型薪( $q$ )	$M_1 - f_1 - C + W_1,$	$f_1$	$M_1 - f_2 - C,$	$f_2 + R_1$
	非激励型薪酬( $1-q$ )	$M_2 + W_2,$	$0$	$M_2,$	$R_2$

根据表2.的支付矩阵可以建立复制者动态方程, 在此之前先假定教师选择努力工作时的概率为  $p$  ( $0 < p < 1$ ),

则选择不努力工作时的概率为  $1-p$ ; 校方选择激励型薪酬制度的概率为  $q$  ( $0 < q < 1$ ), 则选择非激励型薪酬的概率

为  $1-q$ 。教师选择努力工作和不努力工作的期望收益

$$U_1 = q \cdot f_1 \tag{1}$$

$U_1, U_2$ ，以及教师工作的平均期望收益  $\bar{U}$ ，则

$$U_2 = q \cdot (f_2 + R_1) + (1-q) \cdot R_2 = q(f_2 + R_1 - R_2) + R_2 \tag{2}$$

$$\bar{U} = p \cdot U_1 + (1-p) \cdot U_2 = pqf_1 + (1-p)q(f_2 + R_1 - R_2) + (1-p)R_2 \tag{3}$$

同理，校方选择激励型薪酬制度与非激励型薪酬制度的期望收益  $V_1, V_2$ ，以及校方选择薪酬制度的平均期望收益  $\bar{V}$ ，则

$$V_1 = p \cdot (M_1 - f_1 - C + W_1) + (1-p)(M_1 - f_2 - C); \tag{4}$$

$$V_2 = p \cdot (M_2 + W_2) + (1-p) \cdot M_2 = pW_2 + M_2; \tag{5}$$

$$\bar{V} = q \cdot V_1 + (1-q)V_2 = pq(M_1 - f_1 - C + W_1) + q(1-p)(M_1 - f_2 - C) + p(1-q)W_2 + (1-q)M_2 \tag{6}$$

由此，我们可以建立复制者动态方程

$$\begin{aligned} \frac{\dot{p}}{p} &= U_1 - \bar{U} = (1-p)[q(f_1 - f_2 - R_1 + R_2) - R_2] \\ \frac{\dot{q}}{q} &= V_1 - \bar{V} = (1-q)[p(f_2 - f_1 + W_1 - W_2) + (M_1 - M_2 - C - f_2)] \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \text{令 } F(p) &= \dot{p} = p(U_1 - \bar{U}) \\ G(q) &= \dot{q} = q(V_1 - \bar{V}) \end{aligned} \tag{8}$$

则此方程组有5个不动点：

$$(0,0), (1,1), (0,1), (1,0), \left( \frac{M_2 - M_1 + f_2 + C}{f_2 - f_1 + W_1 - W_2}, \frac{R_2}{f_1 - f_2 - R_1 + R_2} \right).$$

该系统的雅可比矩阵  $J$  为：

$$J = \begin{bmatrix} (1-2p)[q(f_1 - f_2 - R_1 + R_2) - R_2] & p(1-p)(f_1 - f_2 - R_1 + R_2) \\ q(1-q)(f_2 - f_1 + W_1 - W_2) & (1-2q)[p(f_2 - f_1 + W_1 - W_2) + (M_1 - M_2 - C - f_2)] \end{bmatrix} \tag{9}$$

雅可比矩阵 的迹为：

$$trJ = (1-2p)[q(f_1 - f_2 - R_1 + R_2) - R_2] + (1-2q)[p(f_2 - f_1 + W_1 - W_2) + (M_1 - M_2 - C - f_2)] \tag{10}$$

### 2.3. 模型分析

#### 2.3.1. 均衡稳定策略分析

为了使得所建立的模型更加切合实际高校教师薪酬制度，则需加上相应的约束条件：

校方在实行激励型薪酬制度时的总投入  $M_1$  大于校方实行非激励型薪酬制度时的总投入  $M_2$ ，即  $M_1 > M_2$ ；在校方实行激励型薪酬制度的条件下，教师努力工作所得的激励薪酬  $f_1$  大于教师不努力工作的激励薪酬  $f_2$ ，即  $f_1 > f_2$ ；校方实行两种制度时教师努力工作给学校带来的

额外收益  $W_1, W_2$  均大于零，并且在激励型薪酬制度下教师为学校提供的额外收益  $W_1$  大于非激励型薪酬制度下教师为学校带来的额外收益  $W_2$ ，即  $W_1 > W_2$ ；校方不论实行哪种制度，教师的基本薪酬  $C_0$  保持不变；且所有参数具有实际意义，因此均大于零。

在教师努力工作的前提下，校方实行激励型薪酬制度时学校获得的收益大于校方实行非激励型薪酬制度时学校获得的收益，由表2.可得  $M_1 - f_1 - C + W_1 > M_2 + W_2$

即  $M_1 - M_2 - f_1 - C + W_1 - W_2 > 0$ ；在激励型薪酬制度下，教师努力工作时学校获得的收益大于教师不努力工

作时学校获得的收益, 由表 2. 可得  $M_1 - f_1 - C + W_1 > M_1 - f_2 - C$  即  $f_2 - f_1 + W_1 > 0$ ; 同理, 教师在校方实行激励型薪酬制度的情况下, 努力工作获得的收益理应大于不努力工作时的收益, 由表 2. 可得:  $f_1 > f_2 + R_1$ , 即  $f_1 - f_2 - R_1 > 0$ . 因此校方实行何种薪酬制度与教师是否努力工作所满足的约束条件可概括为:

$$\begin{aligned} M_1 - M_2 - f_1 - C + W_1 - W_2 &> 0 \\ f_1 - f_2 - R_1 &> 0 \\ f_2 - f_1 + W_1 &> 0 \end{aligned}$$

而系统 (7) 有 5 个不动点, 分别为  $(0,0)$ ,  $(1,1)$ ,  $(0,1)$ ,  $(1,0)$ ,  $(p^*, q^*)$ .

令

$$p^* = \frac{M_2 - M_1 + f_2 + C}{f_2 - f_1 + W_1 - W_2}, \quad q^* = \frac{R_2}{f_1 - f_2 - R_1 + R_2}$$

根据约束条件可以得到  $p^*, q^*$  均在 0 和 1 之间. 根据系统 (7) 当  $q = q^*$  时, 有  $F(p) \equiv 0$ , 则所有的  $0 \leq p \leq 1$  的点都是 ESS; 当  $q > q^*$  时,  $F(1) < 0, F(0) > 0$ , 此时,  $p = 1$  为演化稳定状态, 即教师努力工作为最优策略; 当  $q < q^*$  时,  $F(1) > 0, F(0) < 0$ , 此时  $p = 0$  为稳定状态, 即教师不努力工作为最优策略, 上述两种情况的相位图如图 1 所示:

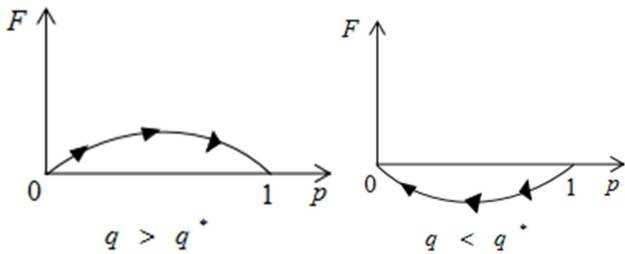


图1 教师工作状态的动态相位图。

当  $p = p^*$  时,  $G(q) \equiv 0$ , 此时所有的  $0 \leq q \leq 1$  都是 ESS. 当  $p > p^*$  时,  $G(1) < 0, G(0) > 0$ , 此时  $q = 1$  为稳定策略, 即校方实行激励型薪酬制度; 当  $p < p^*$  时,  $G(1) > 0, G(0) < 0$ , 此时  $q = 0$  为稳定策略, 即校方实行非激励型薪酬制度, 上述两种情况的动态相位图如图 2 所示:

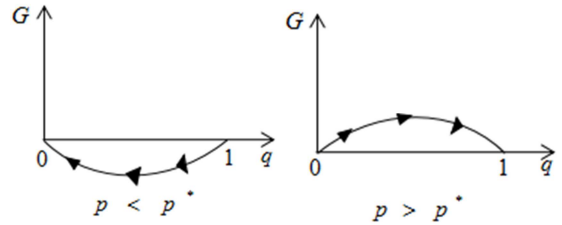


图2 校方实行薪酬制度的动态相位图。

再根据雅可比矩阵稳定性判定定理, 根据  $trJ$  和  $DetJ$  的符号可以确定不动点的稳定性, 如表 3 所示. 其中  $(0,0), (1,1)$  是稳定点, 则此两点对应下的策略为演化稳定策略 (ESS),  $(0,0)$  对应的策略是高校实行非激励型薪酬制度且教师不努力工作, 即 (非激励型薪酬, 不努力),  $(1,1)$  对应的策略是高校实行激励型薪酬制度且教师努力工作, 即 (激励型薪酬, 努力).

综合以上的分析, 我们可以做出其相应的演化相位图, 如图 3 所示

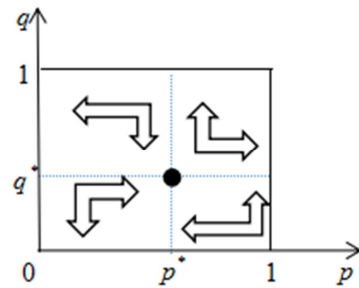


图3 双种群动态演化相位图。

表3 平衡点的稳定性分析。

不动点	DetJ	trJ	结果
$(0,0)$	$-R_2(M_1 - M_2 - C - f_2)$	$M_1 - M_2 - C - f_2 - R_2$	ESS
$(0,1)$	$-(f_1 - f_2 - R_1)(M_1 - M_2 - C - f_2)$	$M_2 - M_1 + C - R_1 + f_1$	不稳定
$(1,0)$	$R_2(M_1 - M_2 - C - f_1 + W_1 - W_2)$	$M_1 - M_2 - C - f_1 + W_1 - W_2 + R_2$	不稳定
$(1,1)$	$(f_2 - f_1 + R_1)(M_2 - M_1 + C + W_2 - W_1 + f_1)$	$M_2 - M_1 + C + f_2 + R_1 - W_1 + W_2$	ESS
$(p^*, q^*)$	$\frac{-R_2(f_1 - f_2 - R_1)(f_1 - f_2 + R_2 - R_1)(M_2 - M_1 + C + f_2)}{(f_2 - f_1 + W_1 - W_2)^2(f_1 - f_2 - R_1 + R_2)^2}$ $+\frac{(M_1 - M_2 - C - f_1 + W_1 - W_2)(M_1 - M_2 - f_1 + f_2 + W_1 - W_2)}{(f_2 - f_1 + W_1 - W_2)^2(f_1 - f_2 - R_1 + R_2)^2}$	0	不稳定 (鞍点)

对相位图分析可知, 点  $(0,0), (1,1)$  是稳定点, 即 (非激励型薪酬, 不努力) 和 (激励型薪酬, 努力) 这两种情形为演化稳定策略, 其中 (非激励型薪酬, 不努力) 为无

效率的演化结果, 而 (激励型薪酬, 努力) 为理想的演化结果, 系统究竟最终达到哪种结果, 依赖于系统的初始状

态。结合系统平衡点的性质，通过控制相应参数，我们期望系统朝着(1,1)的方向演化。

### 2.3.2. 参数分析与调控

根据图3.我们可以看出系统最稳定的演化路径为(1,1)，而由鞍点的表达式可知，教师努力工作与否会为学校带来不同的收益，且校方实行不同的激励制度也会使得学校及教师的收益不尽相同，根据相关参数的变化，我们可以对学校及教师的行为进行调控，从而使得系统朝着最优的稳定演化路径发展。

(1)激励型薪酬制度下校方的激励成本  $C$ 。

在鞍点处，有  $\frac{\partial p^*}{\partial C} > 0, \frac{\partial q^*}{\partial C} = 0$ 。当校方的激励型成本  $C$  增加时，鞍点向右移动，朝着(1,1)方

向发展的区域面积减小，反之，当校方的激励型成本降低时，鞍点向左移动，朝着(1,1)发展的区域

面积增加。由此可以看出，校方在实行激励型薪酬制度时，适当减少并控制对教师的激励型成本，可以促进教师努力工作，从而提高学校和教师的收益。

(2)校方在教师不同工作态度下为其提供的激励型薪酬  $f_1, f_2$ 。

在鞍点处，有  $\frac{\partial p^*}{\partial f_1} < 0, \frac{\partial q^*}{\partial f_1} < 0$  且  $\frac{\partial p^*}{\partial f_2} > 0, \frac{\partial q^*}{\partial f_2} > 0$ 。

当  $f_1$  增加时，右上方区域面积增加，即朝着(1,1)方向发展的面积增加；当  $f_2$  增加时，该区域面积减小，反之，区域面积变化规律与其相反。由此可以看出，校方在实行激励型薪酬制度时，应当考虑教师的努力程度，对努力工作的教师适时适当地提高其激励薪酬，以便更好地促进教师工作的积极性；同理，对不努力工作的教师，学校应降低其激励薪酬并予以提醒，使其端正教学态度，从而整体提升学校的教学质量。

(3)教师在两种制度下不努力工作的额外收益  $R_1, R_2$ 。

在鞍点处，有  $\frac{\partial p^*}{\partial R_1} = 0, \frac{\partial q^*}{\partial R_1} > 0$  且  $\frac{\partial p^*}{\partial R_2} = 0, \frac{\partial q^*}{\partial R_2} < 0$ 。

当  $R_1$  增大时，鞍点向上移动，使得朝(1,1)

方向演化的区域面积减小，这种变化说明校方应对教师在教学时间内的工作进行规范，教师不应在教学工作时间内从事与教学无关的其他事情而导致降低教学效率及质量；当  $R_2$  增大时，鞍点向下移动，使得上方面积增加，即朝着(1,1)方向发展的可能性增大，说明实行激励型薪酬制度比实行非激励型薪酬制度更有利于学校及教师自身的发展。

(4)教师在两种不同的制度下努力为学校创造的收益  $W_1, W_2$ 。

在鞍点处，有  $\frac{\partial p^*}{\partial W_1} < 0, \frac{\partial q^*}{\partial W_1} = 0$  且  $\frac{\partial p^*}{\partial W_2} > 0, \frac{\partial q^*}{\partial W_2} = 0$ 。

在其他量保持不变的情况下，当  $W_1$  增加时，鞍点向左移

动，右上方区域面积增加，动态过程将更好地朝(1,1)方向演化；当  $W_2$  增加时，鞍点向右移动，右上方区域面积减小，即朝(1,1)方向演化的可能减小；反之，朝(1,1)方向演化的可能增大。由上述分析可知，在不同的薪酬制度下，教师努力工作为学校带来的收益是截然不同的，激励型薪酬制度下教师努力工作时校方获得的收益要大于非激励型制度下校方获得的收益，因此，国家及社会应当支持并鼓励高校对教师实行激励型薪酬制度，从而形成学校及教师“双赢”的局面。

通过以上分析，对高校薪酬制度与教师工作态度之间的动态系统的相应参数可以进行适当地调控，使其朝着更好的方向发展。

## 3. 结论与建议

### 3.1. 结论

通过建立演化博弈模型，分析了高校实行激励型薪酬与非激励型薪酬这两种薪酬制度时，教师努力与不努力工作为学校及个人带来的收益的动态演化过程。从该过程并结合现实情形，可以看出高校实行激励型薪酬制度时，使得学校及教师个人利益都能达到最大化，因此建立健全高校教师激励型薪酬制度，加快这方面的理论研究是十分有必要的，激励性薪酬制度能够提升教师的成就感，能够提升教师队伍的稳定性，有利于高校的稳定发展。

### 3.2. 建议

综上所述，结合实际情况及本文中激励型薪酬制度的影响因素，提出以下几点建议：(1)提高富有竞争力的激励薪酬份额，降低基本工资所占的比例；(2)提高薪酬中的调节功能，实现薪酬由保障型薪酬向激励型薪酬的转变，以保证学校及教师利益的最大化；(3)建立完善的绩效工资增长机制。

演化博弈分析的结果告诉我们，高校的激励型薪酬制度，对教师为获得更高的预期薪酬努力工作具有重要的促进作用，能达到学校和教师双赢的局面。同时，由复制者动态方程可以看出，高校的薪酬制度与教师的工作态度构成的动态系统有着自身的变化规律，依照这些规律，可以对学校及教师的工作态度进行适当地调控，从而促使动态系统朝着更优的方向演化发展。

## 基金项目

国家自然科学基金资助项目(71761031)。

## 参考文献

[1] 高功敏, 曾玉玲, 卫武. 高校教师激励型薪酬模式初探[J]. 中国高校师资研究, 2006.

- [2] 杜威漩.基于博弈论视角的高校教师激励机制设计[J].孝感学院学报, 2012, 32(1)。
- [3] 张骏.基于行为经济学视角的高校教师激励措施研究[J].中国成人教育, 2017。
- [4] 王克振, 王瑞祥.高校激励机制对教师行为影响的实证研究[J].高等理科教育, 2010,(4)。
- [5] 赵德平.高校教师薪酬激励感知与工作绩效的实证分析——以激励效果为调节变量[J].四川师范大学学报:自然科学版,2015,38(6)。
- [6] 张宝玲, 李勇.高校教师吸筹激励博弈分析——基于委托代理理论[J].国家教育行政学院学报, 2012。
- [7] 张维迎.博弈论与信息经济学[M].上海人民出版社, 2005。
- [8] 刘凤英, 范明, 韩玉启.高校教师从教行为演化路径[J].系统管理学报, 2010,(4)。
- [9] 赖亚曼.美国高校教师薪酬调整机制探析[J].中国高校师资研究, 2009,(4)。
- [10] 丁浩, 王美田.高校教师激励的困境分析及治理路径选择[J].高校教育管理,2012,(1)。
- [11] 战新华.高校教师激励的理论选择与措施[J].中国高校师资研究, 2008,(3)。
- [12] 张素雅, 田友谊.教育变革中教师利益的冲突与协调——基于博弈论的视角[J].教育理论与实践, 2014,34(16)。

## 作者简介



**马国顺**, 男, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为经济定量化分析及博弈论应用。



**赵琳**, 女, 硕士研究生, 主要研究方向为经济定量化分析及博弈论应用。