

Using the Resistance Definition Formula to Find the Static Resistance of a Special Capacitor

Huang Shaoshu^{1,2}

¹Academic Center, Seventh Middle School in Liupanshui City, Liupanshui, China

²School of Mathematics and Physics, Anshun College, Anshun, China

Email address:

597015954@qq.com

To cite this article:

Huang Shaoshu. Using the Resistance Definition Formula to Find the Static Resistance of a Special Capacitor. *Asia-Pacific Journal of Physics*. Vol. 2, No. 2, 2020, pp. 9-12.

Received: May 1, 2020; Accepted: May 24, 2020; Published: June 8, 2020

Abstract: Static resistance is an important state parameter of electronic components. In the course of electronic circuit engineering and teaching, it is necessary to calculate the static resistance of electronic components such as capacitors. However, the calculation of static resistance of some special-shaped electronic components and capacitors is generally used. The current density method is more troublesome. In this paper, based on the definition of resistance, combined with the concise relationship of series and parallel resistance, the static resistance of spherical crown capacitor, cylindrical crown capacitor and positive polygonal capacitor is calculated clearly and the corresponding quantitative expression is given. It also shows that the static resistance expression of the spherical capacitor is a special form of the static resistance expression of the spherical crown capacitor, and the static resistance expression of the cylindrical capacitor is a special form of the static resistance expression of the cylindrical crown capacitor; The relationship between positive polygonal capacitors and cylindrical capacitors.

Keywords: Special Capacitors, Static Resistance, Spherical Cap Capacitors, Cylindrical Cap Capacitors, Positive Polygonal Capacitors

用电阻定义式求特殊电容器静态电阻

黄绍书^{1, 2}

¹六盘水市第七中学学术中心, 六盘水, 中国

²安顺学院数理学院, 安顺, 中国

邮箱

597015954@qq.com

摘要: 静态电阻是电子元件的重要状态参数, 在电子线路工程及其教学过程中, 都需要对电容器等电子元件的静态电阻进行计算, 但对一些特殊形状的电子元件及电容器的静态电阻计算, 普遍采用的电流密度法是比较麻烦的。本文根据电阻定义式, 结合电阻的串联和并联的简洁关系, 简单明了地对球冠形电容器、柱冠形电容器和正多棱柱形电容器等的静态电阻进行了计算, 并给出相应的定量表达式。并说明了球形电容器的静态电阻表达式是球冠形电容器的静态电阻表达式的特殊形式, 而圆柱形电容器的静态电阻表达式是柱冠形电容器的静态电阻表达式的特殊形式; 还说明了正多棱柱形电容器与圆柱形电容器之间的关系。

关键词: 特殊电容器, 静态电阻, 球冠形电容器, 柱冠形电容器, 正多棱柱形电容器

1. 引言

电容器的静态电阻[1-6]是指电容器在微稳压或零电压作用下，电容器两极板之间的电介质的直流电阻[7-12]（以下均简称电阻）。在电子线路工程及其教学过程中，关于电容器电阻的计算，普遍采用的方法是电流密度法。电流密度法计算电容器电阻的基本思路是：先假设电流强度为 I ，利用电流密度 \vec{J} 与电导率 σ 和电场强度 \vec{E} 之间的关系式即欧姆定律微分形式 $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ 求出 \vec{E} ，又按照电位差的定义 $U = \int \vec{E} d\vec{l}$ 求出 U ，再根据欧姆定律积分形式 $R = \frac{U}{I} = \frac{\int \vec{E} d\vec{l}}{I}$ 求出电阻 R 。

这一常规的计算方法，由于电流密度 \vec{J} 和电场强度 \vec{E} 的矢量性，在实际计算过程中还是比较麻烦的，特别是对于一些特殊形状的电容器电阻的计算就显得更为突出。

事实上，根据电阻的定义式 $R = \frac{L}{\sigma S}$ ，再结合电阻的串联和并联的简洁关系，就能简单明了的对各类形状的电容器电阻进行计算。也有文献[13]对此进行了尝试，本文在此基础上再列举几则案例，仅供参考。

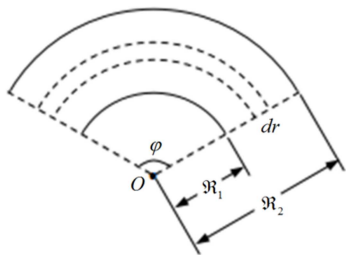


图2 同心球冠电容器截面。

如图2所示，是半径分别为 R_1 和 R_2 的两个同心球冠构成的电容器的截面图。设两球冠之间充满电导率为 σ 的电介质，它们最大圆的直径两端与球心连线的夹角为 φ 。为了方便求出这种球冠形电容器的电阻，可将两球冠之间的介质层看作是由许多同心的厚度为 dr 的薄介质球冠串联组成，而每一个薄介质球冠又相当于由许多面积为 ΔS 的方柱体形电阻元并联组成。根据电阻的定义式，每个小方柱形电阻元的电阻为 $\frac{dr}{\sigma \Delta S}$ ，所以每个薄介质球冠的电阻满足

$$\frac{1}{dR} = \sum \frac{\sigma \Delta S}{dr} = \frac{\sigma \sum \Delta S}{dr} = \frac{\sigma 2\pi \cdot r^2 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right)}{dr} \quad (2)$$

即

$$dR = \frac{dr}{\sigma 2\pi \cdot r^2 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right)} \quad (3)$$

因此，整个球冠形电容器的电阻为

2. 特殊电容器电阻的计算

2.1. 球冠形电容器

如图1所示，设球冠的高为 H ，对应的球半径为 R ，最大圆半径为 r ，最大圆的直径两端与球心连线的夹角为 φ ，那么球冠的面积为

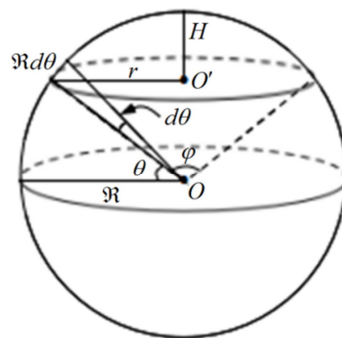


图1 球冠面积的计算。

$$S = \int_{\theta}^{\pi} 2\pi \cdot r \cdot R \cdot d\theta = \int_{\theta}^{\pi} 2\pi \cdot R^2 \cos \theta \cdot d\theta = 2\pi \cdot R^2 (1 - \sin \theta) = 2\pi \cdot R^2 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1)$$

$$R = \sum dR = \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{2\pi \cdot r^2 \cdot \sigma \cdot \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{1}{2\pi \sigma \cdot \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right)} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \quad (4)$$

当 $\varphi = 2\pi$ 时，球冠形电容器就过渡为球形电容器。这时，（4）式可简化为

$$R = \frac{1}{4\pi \sigma} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \quad (5)$$

很显然，（5）式即为球形电容器的电阻表达式。

2.2. 柱冠形电容器

若柱冠的长为 L 、半径为 R 、圆心角为 θ ，那么，柱冠的面积可表示为

$$S = L \cdot R \theta \quad (6)$$

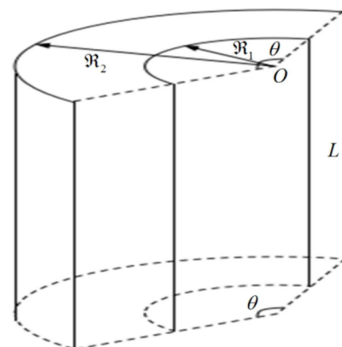


图3 同轴柱冠电容器。

如图3所示是内、外柱面半径分别为 \mathfrak{R}_1 和 \mathfrak{R}_2 、长为 L 、圆心角为 θ 的同轴柱冠形电容器示意图。设两柱冠之间充满电导率为 σ 的电介质,同样可将两柱冠之间的介质层看作是由许多同轴的厚度为 dr 的薄介质柱冠串联组成,而每一个薄介质柱冠又同样相当于由许多面积为 ΔS 的方柱形电阻元并联组成。根据电阻的定义式,每个小方柱形电阻元的电阻同样为 $\frac{dr}{\sigma \Delta S}$,所以每个薄介质柱冠的电阻满足

$$\frac{1}{dR} = \sum \frac{\sigma \Delta S}{dr} = \frac{\sigma \sum \Delta S}{dr} = \frac{\sigma L \cdot r \theta}{dr} \quad (7)$$

即

$$dR = \frac{dr}{\sigma L \cdot r \theta} \quad (8)$$

因此,整个柱冠形电容器的电阻为

$$R = \sum dR = \int_{\mathfrak{R}_1}^{\mathfrak{R}_2} \frac{dr}{\sigma L \cdot r \theta} = \frac{\ln \frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}}{\sigma L \theta} \quad (9)$$

当 $\theta = 2\pi$ 时,柱冠形电容器就过渡为圆柱形电容器。这时,(9)式可简化为

$$R = \frac{\ln \frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}}{2\pi \sigma L} \quad (10)$$

很显然,(10)式即为圆柱形电容器的电阻表达式。

2.3. 正多棱柱形电容器

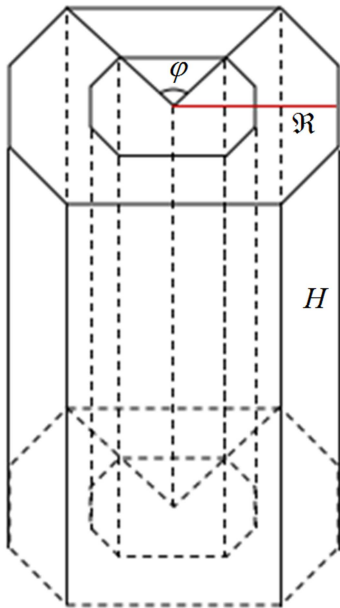


图4 正n棱柱形电容器。

如图4所示,设正 n ($n \in N$ 且 $n > 2$,下同)棱柱形电容器高为 H ,每个侧面与轴之间的距离为 \mathfrak{R} ,相邻两条棱对轴的张角为 φ ,那么棱柱的每个侧面面积为

$$S = 2H\mathfrak{R} \tan \frac{\varphi}{2} = 2H\mathfrak{R} \tan \frac{\pi}{n} \quad (11)$$

如图5所示是正 n 棱柱形电容器的截面示意图。设内、外两侧面之间充满电导率为 σ 的电介质,内、外两侧面与轴之间的距离分别为 \mathfrak{R}_1 和 \mathfrak{R}_2 。将两侧面之间的介质层看作是由许多同轴的厚度为 dr 的薄介质层串联组成,而每一个薄介质层又相当于由许多截面积为 ΔS 的方柱形电阻元并联组成。

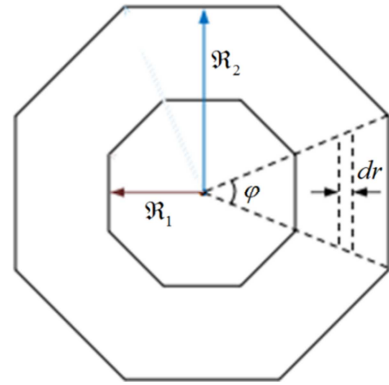


图5 正n棱柱形电容器截面。

现取内、外两侧面相邻两条棱之间构成的等腰梯形状电容器进行研究。根据

电阻的定义式,每个小方柱形电阻元的电阻同样为 $\frac{dr}{\sigma \Delta S}$,所以等腰梯形状电容器每个薄介质层的电阻满足

$$\frac{1}{dR} = \sum \frac{\sigma \Delta S}{dr} = \frac{2\sigma H \cdot r \tan \frac{\pi}{n}}{dr} \quad (12)$$

即

$$dR = \frac{1}{2\sigma H \tan \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{dr}{r} \quad (13)$$

所以,每个等腰梯形状电容器的电阻为

$$R = \sum dR = \int_{\mathfrak{R}_1}^{\mathfrak{R}_2} \frac{1}{2\sigma H \tan \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\ln \frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}}{2\sigma H \tan \frac{\pi}{n}} \quad (14)$$

显然,正 n 棱柱形电容器的电阻为 n 个相同的等腰梯形状电容器的电阻并联的等效电阻。即

$$R_n = \frac{R}{n} = \frac{\ln \frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}}{2n\sigma H \tan \frac{\pi}{n}} \quad (15)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\frac{\pi}{n} \rightarrow 0$, $\tan \frac{\pi}{n} = \frac{\pi}{n}$ 。这时, (15) 即简化为

$$R_n = \frac{R}{n} = \frac{\ln \frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1}}{2\pi\sigma H} \quad (16)$$

很显然, (16) 式与 (10) 式是一致的。这就说明, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 正 n 棱柱形电容器就过渡为圆柱形电容器。

3. 结语

本文对特殊形状的电容器电阻的计算方法的主要特点在于直接应用电阻的串联和并联关系, 简洁明了的简化了计算过程, 并使知识回归本源。

有文献[14-17]采用与此类似的方法对一些特殊形状的电容器电容进行了计算, 同样收到化繁为简的效果。

参考文献

- [1] 牛宗宾, 朱春明. 基于PXI的静态电阻测试系统[J]. 电子世界, 2018 (7): 117。
- [2] 范亮. 静态电阻应变仪的操作应用教学研究[J]. 教育教学论坛, 2016 (46): 174-175。
- [3] 郭凤仪, 张凤龙, 姜丽丽, 张继华. 新型矿用便携式静态电阻应变仪研制[J]. 传感器与位系统, 2012 (4): 103-105。
- [4] 张文辉. 校准静态电阻应变仪示值误差的两种方法[J]. 中国新技术新产品, 2011 (21): 113-114。
- [5] 杨少冲, 李会云. 静态电阻应变测量方法研究[J]. 科技资讯, 2007 (33): 24。
- [6] 祖梨田. YJ-5静态电阻应变仪的校正[J]. 计量技术, 1978(4): 10-14。
- [7] 贾小文, 王刚. 高功率密度电容器充电电源[J]. 电子技术与软件工程. 2013 (18): 192-193。
- [8] 卢静文, 包勇强, 王娟. 测量电路参数直流电阻现场防感应电方法简析[J]. 江苏科技信息. 2013.22:61,63。
- [9] 李抗震. 电容器组电抗器着火原因分析及防范措施[J]. 电力安全技术. 2015.8 (17): 27-28。
- [10] 王彪, 王渝红, 丁理杰, 熊萍, 李兴源. 高压直流输电接地电极及相关问题综述[J]. 2012.1 (24): 66-71。
- [11] 刘华昌. 高压电容器直流局部放电测试抗干扰设计[J]. 电子与仪器. 2008.7 (45): 41-43。
- [12] 郑春娇, 王春霞. 陶瓷电容器在直流变换器中的应用[J]. 电源技术. 2013.10 (37): 1796,1797,1812。
- [13] 马凤翔. 球形、圆柱形电容器电阻的一种简易求法[J]. 物理与工程, 2004.14 (3)。
- [14] 黄绍书, 王金霞. 用平行板电容器电容公式求非平行板电容器电容[J]. 物理与工程, 2017.27 (6): 51-53。
- [15] 黄绍书, 王金霞. 球冠形电容器和柱冠形电容器的简易求法[J]. 物理通报, 2017 (6): 13-14。
- [16] 葛松华. 方柱形电容器电容的计算[J]. 物理通报, 2001 (9): 42。
- [17] 贺文熙. 球形和柱形电容器电容的简易求法[J]. 物理通报, 1999 (10): 15。

作者简介



黄绍书 (1967.3.—), 学士, 教授, 正高级教师. 研究方向主要为大中学物理教育教学衔接问题及普通物理学, 擅长实践性和实验性研究。