



Research on the Teaching of "Mathematical Analysis III" Based on OBE Educational Philosophy

Jiang Wei, Liu Bo-rui*

College of Information Engineering, Tarim University, Alar, China

Email address:

64781765@qq.com (Jiang Wei), 285667855@qq.com (Liu Bo-rui)

*Corresponding author

To cite this article:

Jiang Wei, Liu Bo-rui. (2025). Research on the Teaching of "Mathematical Analysis III" Based on OBE Educational Philosophy. *Science Innovation*, 13(1), 1-6. <https://doi.org/10.11648/j.si.20251301.11>

Received: 8 December 2024; **Accepted:** 18 December 2024; **Published:** 7 January 2025

Abstract: OBE teaching philosophy, also known as Outcome-Based Education or Objective-Oriented Education, is different from the traditional education concept centered on teaching content. Through the hierarchical decomposition and mapping of graduation requirements and course-related matrices, training objectives can be obtained. The OBE (Outcome-Based Education) teaching philosophy requires teachers to take these training objectives as the highest guidance, and design courses, organize teaching activities, and conduct evaluations according to the top-down reverse-design path, ensuring the achievement of these training objectives. On this basis, we have discussed the teaching reform strategy of the Mathematical Analysis course based on the OBE teaching philosophy. Taking "The Application of Multivariate Function Extremum in the Rocket Launch Process" as an example and using the OLISE teaching design model for case design, we have introduced in detail the specific measures and steps of the OBE teaching philosophy in the Mathematical Analysis course for teaching objective design, course design and teaching activity organization. We have also carried out teaching reflection on the implementation results and evaluation and feedback of the educational effect. The specific design ideas and implementation plans can be extended to the teaching content of other chapters in the Mathematical Analysis course. Based on the OBE concept, the curriculum system is reconstructed. With students as the center, we organically integrate theory and practice, implement teaching with offline teaching as the main method and online courses as a supplement, and give full play to the information-based teaching mode. Through these measures, the teaching requirements of the course can be better met, and the students' learning quality and learning effect can be improved.

Keywords: OBE Teaching Concept, Mathematical Analysis, Extremum of Multivariate Functions, Rocket Launch Process

基于OBE教学理念的《数学分析III》课程的教学研究

江伟, 刘博瑞*

塔里木大学信息工程学院, 阿拉尔, 中国

邮箱

64781765@qq.com (江伟), 285667855@qq.com (刘博瑞)

摘要: 与传统以教学内容为核心的教育理念不同, OBE教学理念又称为结果导向教育或目标导向教育。经由毕业要求和课程关联矩阵逐层分解、映射可以得到培养目标, OBE教学理念要求教师以该培养目标为最高导向, 按照自上而下的反向设计路径, 设计课程、组织教学活动和实施评价, 并确保实现这个培养目标。在此基础上, 论述了基于OBE教学理念的数学分析课程的教学改革策略。以“多元函数极值在火箭发射过程中的应用”为例, 采用OLISE教学设计模式进行案例设计, 详细介绍了OBE教学理念在数学分析课程中对于教学目标设计、课程设计与教学活动组织的具体措施步骤, 并对实施结果进行教学反思、育人效果的评价与反馈。具体的设计思路和实施方案能够推广到数学分析课程的其他教学内容中去。基于OBE理念重构课程体系, 将理论与实践有机融合, 以学生为中心, 实施以线下教学为主, 在线课程为辅的教学, 充分发挥信息化教学模式, 能够更好的满足课程的教学要求, 提升学生的学习质量和学习效果。

关键词: OBE教学理念, 数学分析, 多元函数极值, 火箭发射过程

1. OBE理念

《数学分析III》课程是应用统计类和数学与应用数学类专业必修的核心课程,是进一步学习概率论、大学物理、复变函数以及诸多专业课程的阶梯,也是应用统计类和数学与应用数学类硕士研究生的必考基础课之一。

这门课程对于培养学生的数学核心思维,以及分析解决问题的能力有很重要的作用。通过对数学分析课程的学习,学生对数学知识的内在规律、思想方法可以更好地理解和掌握,强化专业课学习的基础。传统数学分析课程的教学以教师讲授为主,教学方法较为单一,考核评价方式也主要以卷面成绩为主,侧重于对理论知识或计算技巧等知识点的考察,评价体系不合理,同时课程内容难度大,

较为抽象,知识点和现实生活差别大,用所学知识解决实际问题有很大难度,这就造成学生的学习兴趣不高,达不到理想的学习效果。

成果导向教育(Outcomes-Based Education, OBE)又称结果导向教育或目标导向教育,是指围绕某一阶段学习结束后所有学生能够获得的关键结果,清楚地聚焦和组织教学活动安排的教育模式。教师在教学活动开始之前就对学生能够获得的学习结果有清晰的构想,然后设计课程、组织教学和实施评价,确保实现这个学习结果[1, 2]。

传统教学的教学内容先于教学目标存在并占据核心位置,而OBE教育的教学目标(学生预期学习产出)先于教学内容存在并居于主导地位。

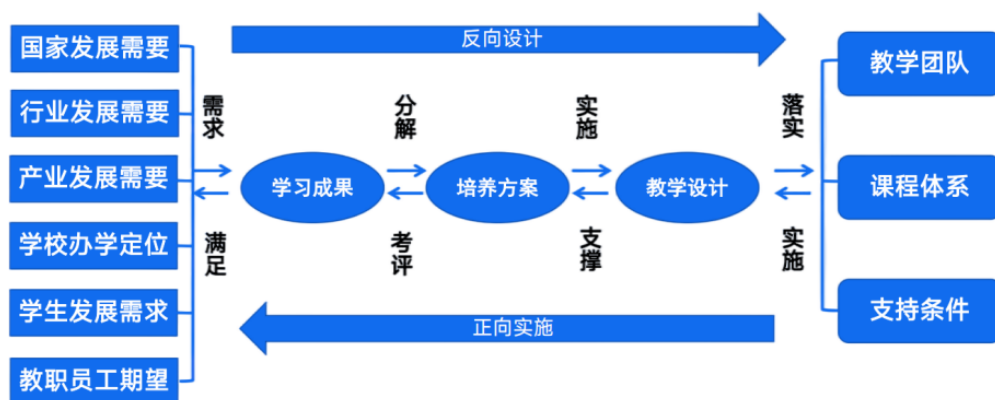


图1 OBE教育理念。

OBE结构体系中,“学习产出”即学习成果最终要落到课程和课次的教学目标上,它是按照自上而下的反向设计路径,以培养目标(学生毕业五年左右通过工程和社会实践所能达到的职业或专业成就的总体预期)为最高导向,经由毕业要求和课程关联矩阵逐层分解、映射得到的。OBE教育模式中,教育者应先规划某一阶段学习结束后学生能够获得的学习成果,作为学生学习目标。然后聚焦这一成果,组织教学活动[3, 4]。

2. 基于OBE理念的数学分析课程教学改革策略

当前,OBE理念指导下的数学分析课程教学改革已有探索和实践。这些研究主要集中在育人元素挖掘和课程思政改革探索实践[5-7]、优化教学内容、课程体系构建、线上线下混合式教学模式、教学设计和评价机制等方面探讨课程改革的实施路径[8-14]。

- 1) 基于OBE理念,创新教学模式,改变教学方法,重构以问题解决为导向的课程体系,根据学生的实际情况,契合学生的需求,提升学生课堂参与度。

学习通融入课程教学的全过程,全面提升教师的教学设计水平和建设能力,教师改变了传统“直灌式”的教学,主动转变授课方式与方法,查阅资料,深挖课程内涵,合理设计课前、课中和课后的教学安排,建设教学资源等。

- 2) 确定以学生为中心的课程改革指导思想,丰富教学资源,实施以线下教学为主,在线课程为辅的教学,充分发挥信息化教学模式,实现深度学习的目标,提高教学质量。

研发以个性化学习为目的线上课程资源库,课前预习资源、课后拓展资料、试题库建设、案例、竞赛专区、考乐园等模块,完善并更新《数学分析III》课程的教学材料。网络平台的微视频、在线测试习题集等,提高学生自我获取知识的能力,同时拓宽他们的视野;使网络平台成为其自主学习与交流的重要平台。

- 3) 改革考核和评价方式,全面提高学生的综合素质。

教师加强过程性考核,通过学生课前预习、课堂表现、课后拓展、平时测试成绩和期末考试成绩等环节多维度评价学生,提升学生对知识的理解,也进一步增强学生独立思考、团队协作、创新解决问题的能力,全面提高学生的数学素养。

3. 基于OBE理念的数学分析课程教学设计

以数学分析第十七章第四节泰勒公式与极值问题这一节为例,基于OBE理念,采用OLISE教学设计模式进行案例设计。

- 1) O—Objective—三维教学目标

知识目标：掌握多元函数极值的定义，多元函数极值的必要和充分条件，掌握多元函数的极值计算方法。

能力目标：训练学生分析运算的能力，培养学生运用所学知识解决问题的能力，提高学生的学习能力，为后续条件极值与最小二乘法及其重要的模块做好知识储备。

价值目标：使学生对中学数学有关内容从理论上更有深刻的认识，培养学生的终身学习和专业发展意识，结合课程实际内容，激发学生的爱国热情，培养学生探索创新精神与宇宙观。

2) L——Lead-in——导入

通过介绍火箭的发射过程中的极值问题引入极值的定义，引起学生探究的兴趣。该案例出自哈尔滨工业大学拍摄的关于“微积分在工程中的应用”的视频，见网址[15]。

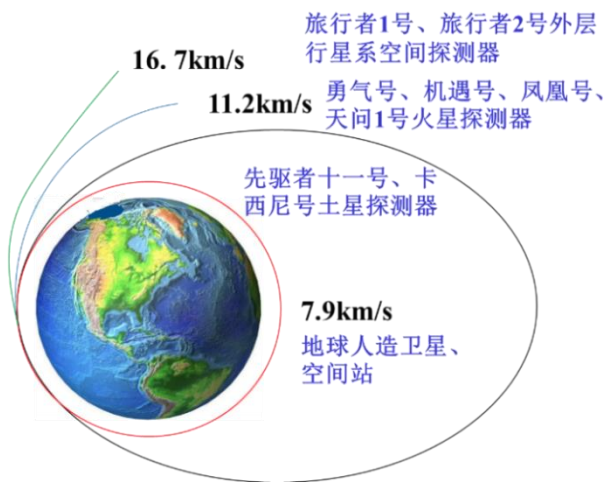


图2 三大宇宙速度。

已知：火箭发动机工质喷速为3000~4300m/s，变质量质点的运动微分方程如（1）式所示。

$$m dv + dm \cdot v + dm \cdot dv - dm \cdot v_1 = F^{(e)} dt \quad (1)$$

$$m \frac{dv}{dt} = F^{(e)} + F_\phi$$

$$F_\phi = \frac{dm}{dt} v_r \text{——反推力}$$

求解微分方程最终得到结果如（2）式所示。

$$v = v_0 + v_r \ln \frac{m_0}{m} \quad (2)$$

$$N = \frac{m_0}{m_r} = e^{\frac{v_f}{v_r}} \text{——齐奥尔科夫斯基公式} \quad (3)$$

（3）式表明在 v_r 已知时欲使火箭特征速度 v_f （在 v_0 的基础上增加的速度）所应具备的质量比，同时揭示了使用火箭助推后速度是可以比初始速度加快的。

单级火箭的质量比一般为5左右，经过计算可知 $v_f = 4.83\text{km/s}$ ，因此，单级火箭无法达到第一宇宙速度。

二级火箭的速度为：

$$v_2 = v_r \ln \frac{m + m_p}{m + m_p - \varepsilon m_1} + v_r \ln \frac{m_2 + m_p}{m_2 + m_p - \varepsilon m_2}$$

如果取 $m_1 = m_2 = 50m_p$ ， $\varepsilon = 0.8(N=5)$ ， $v_r = 3000\text{m/s}$ ，则 $v_2 \approx 6000\text{m/s}$ 。提问：如何分配1、2级火箭的质量，能使发射速度最大？（极值问题）

$$v_{2\max} = -2v_r \ln \left\{ 1 - \varepsilon \left[1 - \frac{m_p}{m} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

满足此式的质量比（第二级火箭质量与一二级火箭总质量之比）将使二级火箭末速度达到最大值。

如果取 $\frac{m_p}{m} = \frac{1}{100}$ ， $\frac{m_2}{m} = \frac{1}{10}$ ， $\frac{m_1}{m} = \frac{9}{10}$ ，则 $v_{2\max} \approx 7500\text{m/s}$ 。

因此，通过计算二级火箭最小质量是载荷质量的100倍，是无法达到第一宇宙速度的。多级火箭情况下。

$$v = \sum_{i=1}^n v_{ri} \ln \mu_i,$$

$$\mu_i = \frac{m_i + m_{i+1} + L + m_n + m_p}{(1 - \varepsilon_i)m_i + m_{i+1} + L + m_n + m_p}.$$

通常把载荷送上预定轨道所需要的 v_n 是定值，如何分配各级火箭的质量比例，使得火箭的总质量最小呢？（多元极值问题）

欲使火箭总质量最小，每一级火箭燃料燃尽后所增加的速度 V_{ri} 的值应相同。并且增加火箭的级数成本极具增加，即火箭的发动机和各种自动化控制系统等材料费用会增加，同时可靠性也会降低。

$$m_{\min} = \left\{ \frac{\varepsilon^n e^{\frac{v_n}{v_r}}}{\frac{v_n}{v_r} [1 - e^{\frac{v_r}{v_r} (1 - \varepsilon)}]^n} - 1 \right\} m_p$$

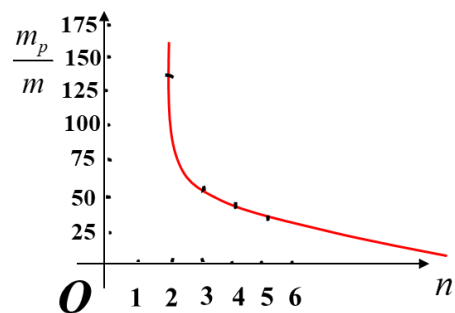


图3 火箭最小质量与火箭级数关系图。

对于近地轨道，单级火箭 $m_{\min} < 0$ ；

二级火箭 ($n=2$)， $m_{\min} \approx 147m_p$ ；

三级火箭($n=3$), $m_{\min} \approx 51m_p$;

四级火箭($n=4$), $m_{\min} \approx 40m_p$;

五级火箭($n=5$), $m_{\min} \approx 36m_p$;

n 级火箭($n \rightarrow \infty$), $m_{\min} \approx 13.2m_p$ 。

根据计算, 一级火箭无法达到第一宇宙速度。火箭最小质量是载荷质量的100倍是达不到的第一宇宙速度, 要想达到第一宇宙速度的, 二级火箭的最小质量是载荷质量的147倍, 此时火箭的最小质量太大。然而三级火箭达到第一宇宙速度最小质量明显有所降低, 四级以上的火箭最小质量降低不明显。最极限的情况, 火箭最小质量是载荷质量的13.2倍, 并且火箭每增加一级, 成本会随之增加, 火箭的可靠性也会降低, 反而得不偿失。因此, 现实生活中, 基本都是使用三级火箭。

3) I——Interactive teaching——交互式学习

1、多元函数极值定义

定义 设 $f(x, y)$ 在点 $P_0(x_0, y_0)$ 的某邻域 $U(P_0)$ 内有定义, 若 $\forall P(x, y) \in U(P)$, 满足:

$$f(P) \leq f(P_0) \text{ (或 } f(P) \geq f(P_0) \text{)}$$

则称 f 在点 P_0 取得极大或极小值, 点 P_0 称为极大点或极小值点。

2、极值的必要条件

定理17.10若函数 $f(x, y)$ 在点 $P_0(x_0, y_0)$ 存在偏导数, 且在点 P_0 处取得极值, 则有

$$f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$$

反之, 若函数 f 在 P_0 点处满足上述条件, 则称点 P_0 为函数 f 的稳定点。

上述定理指出: 偏导数存在时, 极值点必是稳定点。但要注意: 稳定点并不都是极值点。

例如 $h(x, y) = xy$, $(0, 0)$ 是它的稳定点, 但不是极值点。

3、极值的充分条件

假定函数 f 具有二阶连续偏导数, 并记

$$H_f(P_0) = \begin{pmatrix} f_{xx}(P_0) & f_{xy}(P_0) \\ f_{yx}(P_0) & f_{yy}(P_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{pmatrix}$$

称为函数 f 在点 P_0 的黑塞 (Hesse) 矩阵。

定理 17.11 若函数 $f(x, y)$ 在点 $P_0(x_0, y_0)$ 某邻域 $U(P_0)$ 具有二阶连续偏导数, 且点 P_0 为函数 f 的稳定点, 则有如下结论:

$H_f(P_0)$ 为正定矩阵, 则 $f(P_0)$ 为极小值,

$H_f(P_0)$ 为负定矩阵, 则 $f(P_0)$ 为极大值,

$H_f(P_0)$ 为不定矩阵, 则 $f(P_0)$ 不是极值。

以上知识讲解过程, 对比一元函数, 设置问题, 让学生小组讨论一元函数极值与多元函数极值的异同, 通过对比让学生加深对极值概念和定理的理解。

应用举例

例1求函数 $f(x, y) = x^2 + 5y^2 - 6x + 10y + 6$ 的极值。

例2证明: 圆的所有外切三角形中, 以正三角形的面积最小。

通过小组讨论的方式让学生自己解决问题, 并进行小组结果展示。既锻炼了他们分析问题解决问题的能力, 也培养了其团队协作的能力。

4) S——Summary——总结与提升

多元函数极值的定义、极值的必要条件与充分条件是很重要的知识点, 是条件极值与最小二乘法的基础, 后面比如概率论与统计学、多元统计学涉及到的一些问题, 都要用到最小二乘法求解, 这体现了数学分析知识点前后衔接的特点, 也体现了数学分析课程是整个大学数学专业课程基础的特点。

介绍长征类型的运载火箭



图4 长征火箭的型号。

我国长征系列运载火箭共4代, 19种型号, 目前在服役长征系列火箭共15种型号, 长征系列运载火箭具有可靠性高、成本低的特点。

1970年4月24日, 长征1号运载火箭首次发射东方红1号, 长3、长7、长8属于卫星发射类型火箭。

长2F是载人航天发射类型火箭,曾运载神舟系列载人飞船,它的顶部与其他类型的运载火箭不同,安装有逃逸塔,方便航天员逃逸。

长5是运载能力最大的火箭,嫦娥5号月球探测、天问1号火星探测都是长5完成的,空间站计划、登月计划的顺利实施也都是靠长5完成的。

高超音速飞行器的三次实验之中都是由长2C运载火箭发射升空(东风17是我国科学家祝学军主持研发的),按照钱学森弹道飞行,由于该飞行器独特的气动设计,它的速度不会出现大幅度的衰减,而是保持7-8倍音速的速度“滑翔”飞行。

5) E——Evaluation——评估与考核

引导学生回顾多元函数极值的定义、极值的必要条件与充分条件。

给出一个多元函数求极值的例子,学生能迅速解决,给出一个多元函数求最值的实例,学生也能够顺利解决。

6) 案例反思

优点:“火箭的发射过程中的极值问题”这个实例,不仅让学生认识到数学分析知识来源于现实生活,也用于解决现实生活中的问题,其次也告诉学生,现代科技的发展离不开微积分理论的发展,正如20世纪最著名的数学家之一冯·诺伊曼所说的那样:“微积分是现代数学取得的最高成就,对它的重要性怎样估计也是不会过分的。”

之后可以简单介绍我国拥有的火箭型号及其作用,火箭作为发射器,不仅可以发射地球卫星建立空间站,可以发射航天器进行月球探索乃至地外文明探索,还可以发射高超音速导弹,火箭的发展史也见证了我们国家的科技成长史,如今我们跻身世界科技发展前列,我们不仅拥有先进的科技,也拥有地外探索能力,还拥有强大的军事力量。

使学生了解科学前沿的发展状况,增强学生的爱国热情,培养学生探索创新精神和宇宙观。

缺点:该实例虽然能够充分说明极值问题在现实生活应用的广泛性,但是该实例选择过难,该实例所占篇幅也比较长,学生理解起来有些困难,占用课堂时间太长,容易导致喧宾夺主的弊病。该实例虽然作为例子引入课题,但是没有在课堂上用所学的理论知识去解决它,也算是一个遗憾。

7) 育人效果与反馈

同行教师评价,将反应科技前沿的案例引入教学中,能激发学生的兴趣,活跃了课堂氛围,使学生体会到微积分在生活中的应用。

由火箭发射关联到近期我国宇航员进入空间站交接班,以及我国开展的探月工程与都需要借助火箭来完成。俄国火箭研究专家齐奥尔科夫斯基曾说过“地球是人类的摇篮,但人类不可能永远被束缚在这个摇篮里面”,宇宙和未来就需要我们的青年一代去探索和创造。

虽然该实例有它自身的局限性,可以结合所学的多元函数极值理论,借助计算机编程来解决这个问题,以降低问题的难度,从而也能达到即学习知识,又运用所学知识分析问题解决问题的能力。

学生反馈,实现了本节课的知识目标、能力目标与价值目标,喜欢这种将实际生活中的案例,尤其是科技前沿方面的案例引入教学过程中,引起他们的注意,激发他们的学习兴趣,同时也顺利将思政元素融入到教学过程中。

4. 总结

结合本校的办学定位、人才培养目标和生源情况,基于OBE理念重构课程体系,将理论与实践有机融合,以学生为中心,实施以线下教学为主,在线课程为辅的教学,充分发挥信息化教学模式,在教学内容上,注重情境的创设与转换,以任务驱动和问题解决作为学习和研究活动的主线;在教学模式上,突出分析学课程特性,强化学生的实践应用,将主流应用案例贯穿到理论教学、课外研学等整个教学环节,基于超星学习通平台,设置梯度任务,实现分层教学,将高水平科研资源转化为优质教学资源。通过促进学习与研究一体化使学生具备自主建立不断演进的知识体系的能力,适应终身学习的能力需要。挖掘育人元素,融入课堂教学,实现专业知识与育人相统一,改革考核和评价方式,全面提高学生的综合素质。

基金项目

项目名称:塔里木大学校级一流课程“数学分析III”,项目编号:“TDYLK202433”

项目名称:塔里木大学校级一流本科专业“应用统计学”,项目编号:“YLZYXJ202211”

参考文献

- [1] 刘佩,韩肖华,李文玲.论OBE理念的内涵和实践[J].创新创业理论与实践,2021,4(10):132-134.
- [2] 周春月,刘颖,张洪婷等.基于产出导向OBE的阶梯式实践教学研究[J].实验室研究与探索,2016(11):206-208.
- [3] 张男星,张炼,王新风,等.理解OBE:起源、核心与实践边界——兼议专业教育的范式转变[J].高等工程教育研究,2020(3):7.
- [4] 何明睿,杨海彬.基于OBE理念的大学物理混合式教学改革——以“角动量守恒”教学为例[J/OL].物理与工程.
- [5] 马林涛.探讨“数学分析”课程思政策略:以广西师范大学数学分析教学状况为例[J].教育教学论坛,2020(45):36-37.
- [6] 汪文帅,张瑞,王旭.“数学分析”课程思政教学探索与实践[J].课程教学,2021(17):152-154.
- [7] 谭畅,马淑芳.基于OBE理念的数学分析课程思政探索与实践[J].科教文汇,2022(06):105-108.
- [8] 闫志忠.基于OBE理念的“数学分析”课程项目制教学模式研究[J].教育教学论坛,2022(28).
- [9] 张恺,屈泳,王三华.OBE理念在数学分析课程教学改革中的研究与应用[J].创新创业理论与实践,2024(17).
- [10] 石秀文.基于OBE理念下数学分析课程教学的探究与实践[J].邢台学院学报,2022,37(3):144-148.
- [11] 周波,刘琳,赵明亮等.OBE理念下数学分析课程教学改革的探索[J].现代职业教育,2023(27):45-48.
- [12] 王双,王传丽,孙慧慧.基于OBE理念的普通高师院校“数学分析”课程混合教学研究[J].新课程研究,2023(5):11-13.

- [13] 刘洪波, 李义. OBE理念下数学分析自主式混合实验教学探索 [J]. 大学教育, 2022(11): 109-111.
- [14] 杨雪云, 金文龙. 基于OBE理念的线上线下混合式教学课程设计——以数据分析类课程为例 [J]. 教育教学论坛, 2023(18): 141-144.
- [15] 哈尔滨工业大学. 微积分在工程中的应用. 可从: https://m.baidu.com/video/page?pd=video_page&nid=9575841283741006730&sign=380072565497346866&word=%E5%8E%9F%E5%AD%90%E5%BC%B9%E5%92%8C%E6%B0%A2%E5%BC%B9%E7%88%86%E7%82%B8%E9%9C%80%E8%A6%81%E7%94%A8%E5%BE%AE%E7%A7%AF%E5%88%86%E5%AD%A6%E7%9F%A5%E8%AF%86%E5%90%97%3F&oword=%E5%8E%9F%E5%AD%90%E5%BC%B9%E5%92%8C%E6%B0%A2%E5%BC%B9%E7%88%86%E7%82%B8%E9%9C%80%E8%A6%81%E7%94%A8%E5%BE%AE%E7%A7%AF%E5%88%86%E5%AD%A6%E7%9F%A5%E8%AF%86%E5%90%97%3F&atn=index&frsrid=5376&ext=%7B%22jsy%22%3A1%7D&top=%7B%22sfs%22%3A1%2C%22_hold%22%3A2%7D&compilation_ext=%7B%22hejiNid%22%3A%2216579255759369293269%22%2C%22hjt%22%3A2%2C%22asp%22%3A1%7D&sl=4&lid=9363191128464456050&fr0=A8&fr1=C&xb=2&t=1733469069761 (2024年10月15日访问).

作者简介



江伟 (1983-), 女 (汉族), 重庆铜梁人, 硕士, 副教授, 主要研究方向: 数学教育, 偏微分方程、大数据分析。

刘博瑞 (1984-), 女 (汉族), 河南民权人, 硕士, 副教授, 主要研究方向: 数学教育, 数据挖掘与数据分析、动力系统与神经网络。